MATEMATIKA

Ainhoa ENERIZ PATERNAIN

GEOMETRIA LAUAREN IRAKASKUNTZA GEOGEBRA SOFTWARE DINAMIKOAREKIN; LH 3. ZIKLOA

TFG/*GBL* 2014

upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana
Trabajo Fin de Grado

GEOMETRIA LAUAREN IRAKASKUNTZA GEOGEBRA SOFTWARE DINAMIKOAREKIN; LHko 3.ZIKLOA

Ainhoa ENERIZ PATERNAIN

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante
Ainhoa ENERIZ PATERNAIN

Izenburua / Título
GEOMETRIA LAUAREN IRAKASKUNTZA GEOGEBRA SOFTWARE DINAMIKOAREKIN; LHko 3. ZIKLOA

Gradu / Grado
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia / Centro
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria / Director-a
Aitzol LASA OYARBIDE

Saila / Departamento
Matematika saila /Departamento de matrematicas

Ikasturte akademikoa / Curso académico
2013/2014

Seihilekoa / Semestre
Udaberria / Primavera

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapituluan hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute […] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta dizplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktiketan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituena. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak batez ere aurrekariak, marko teorikoa eta ondorioak garatzeko bidea eman digu. Izan ere, pedagogia eta psikologiako gaiak diren modulu hauen ezagutzen bidez autore ezberdinetako ekarpenak bildu ditugu, ondoren lanaren bigarren atalean garatuko den proposamenarekin ezagutza horiek lotzeko.

Didaktika eta diziplinako moduluak lan honetan geometria lauaren eduki matematikoa zein den ezagutzeko aukera ematen du, aldi berean matematikaren Lehen Hezkuntzako irakaskuntza eta ikaskuntza dinamikoago bat sustatzeko hainbat material didaktikoen erabilpena ezagutzera ahalbidetzen du. Lan honetarako adibidez, marko teorikoan azaldu den eta proposamen praktiko osoan erabili den Geogebra softwarea ikasgela batean erabiltzeko eta horien abantaila didaktikoak ezagutzeko aukera ematen dute.

Halaber, Practicum moduluak eskola baten eta irakasle baten ikuspegi erreal bat ezagutzeko bidea eman digu eta gaur egun hezkuntza sisteman dauden beharrak zeintzuk diren aztertzeko aukera eman digu. Modu berean, haurrekin aurrez aurre egoteko esperientziaren bitartez beren zailtasunak, gaitasunak, motibazioak eta abar ikusteko aukera izan dugu eta horiek ezinbestekoak izan dira lanaren proposamen praktikoa garatzerako orduan eta material informatiko eta metodologia konretu baten erabilera aukeratzeko.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira “Aurrekariak, hipotesiak eta eztabaidagaiak” eta “ondorioak” atalak , baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

Laburpena

Gradu amaierako lan hau irakasleari Lehen Hezkuntzako 3. zikloan matematikaren arloan geometria lauari dagozkien inguruko kontzeptuak lantzeko metodologia berri bat proposatzeko helburuarekin egin da. Horretarako oso egokia eta baliagarria den material didaktiko berritzailea erabiliko da, Geogebra software-a, hain zuzen.

Material hau ezagutzeko asmoz, hainbat ariketa proposatzen dira klasean ikasleekin garatzeko, beti ere, metodologia induktiboan oinarrituz. Hau da, haurra bere kabuz matematiketako propietateak ateratzeko gai izan beharko da esperientzian, partaidetzan eta gertaeretan oinarrituz.

Matematika arloan didaktika adituek diotenez, metodologia hau egokiena eta eraginkorrena litzateke matematikaren irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan Lehen Hezkuntzan, beti ere, haurraren garapen psikologikoa kontutan hartuz. Metodologia honek ikasleak lortu beharreko helburuak lortzen eta burutzen ahalbidetzen du Geogebra elementu motibatzailea bihurtuz.

Hitz gakoak: Geometria; Geogebra; Lehen Hezkuntza; Metodologia induktiboa; Esplorazioa.

Resumen

Éste trabajo de fin de carrera se ha elaborado con el fin de proponer al docente una metodología diferente en la enseñanza de la geometría plana en el 3.ciclo de educación primaria, utilizando para ello un material didáctico innovador tal como es el software Geogebra. Partiendo de dicho material se han elaborado una serie de actividades a desarrollar en el aula basada en una metodología inductiva, considerada por varios especialistas de la didáctica de esta materia como una de las metodologías más adecuadas y eficaces en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, atendiendo también a las características que tiene el niño respecto a su psicología evolutiva, ya que con esta metodología los alumnos obtienen los objetivos previstos de una manera más lógica y participativa a través de la observación, manipulación y experimentación directa de un material didáctico, que a la vez puede considerarse como elemento motivador.

Palabras clave: Geometría; Geogebra; Educación primaria; Metodología inductiva; Exploración.

Abstract

This final Degree Project has been elaborated in order to propose a different methodology in the education of the flat geometry (2D geometrical figures) in the third cycle of Primary education to the teacher, using Geogebra software as innotative educational material.

Using the above mentioned material a series of activities have been prepared for development in the classroom, which are based on the inductive methodology of leaving children to experiment with the objetive of discovering through their own capability the properties of mathematics. It is considered by several specialists teachers of this subject as one of the most suitable and effective methodologies in the Primary education of mathematics, meeting the needs of each child in regard to his/ her devolopmental psychology.

In conclusion, this program can be considered as a motivational element for pupils obtaining agreed aims for their personal studies in the most logical and participative way through, observation, manipulation and direct experience.

Keywords: Geometry; Geogebra; Primary education; Inductive methodology; Exploration.

Aurkibidea

AURREKARIAK, HELBURUAK ETA EZTABAIDAGAIAK

Nazio eta nazioarteko PISA eta OCD bezalako ebaluazioei esker, jakin badakigu gaur egungo ikasleek matematika arloan errendimendu eta ezagutza baxua adierazten dutela. Beraz, datu hauek guztiak agerian uzten dute gure gizartean ikasgai hau irakasteko orduan gaur egun arte erabilitako metodologiak ez direla eraginkorrak.

Ikasleei arlo honen inguruan egindako irakaskuntza eta ikaskuntzaren Ikerketak kontutan harturik, ikasle askok bat datoz gauza batean: matematika ikasgaia "gehien kostatzen" dena dela eta interes gutxien edota motibazio eza agertarazten duten ikasgaietako bat dela aitortzen dute. Izan ere, gehien batek ikasgai honetan euren burua nahiko oker ikusten dute, hau da, bere kabuz moldatzeko gaitasun gutxiago adierazteko gai dira. Era berean, irakasleagoak honako hau onartzen du: ikasle batek horrenbesteko ezagutza abstraktuak dituen matematika bezalako ikasgaiarekin disfrutatzea ez da erraza.

Datu hauek guztiak kontutan harturik, beharrezkoa da beraz hezkuntzako profesionalek euren buruari honako hau galdetzea: zergatik lortzen ote dira emaitza hauek? zein alternatiba metodologikoak litzateke posible erabiltzea ikasleek matematika ikasgaian euren ezagutzak hobetzeko? matematiketarako abstrakzioa beharrezkoa da, baina ez badiitugu ikasleak ikasgaira erakartzen hezkuntza laguntza beharrezkoa duten edo ikasgai horretan ezagutzak bereganatzea gehiago kostatzen zaien ikasleak galduko ditugu, baita aspertzen direnak ere.

Hezkuntzako profesionalak bezala, adi egon behar gara bizi garen errealitateaz, izan ere gizarteak dituen beharrekin bat datozen proposamen didaktiko eraginkorrak egitea lortu behar dugu eta aldi berean erakargarriak eta motibatzaileak direnak ikasle guztientzat.

Egoera honen aurreko arazoaren irtenbidea ikasgeletan material didaktikoen integrazioarekin lortu genezake, zehazki informazio eta komunikazio teknologien erabilerarekin, hauek izan baitira aldaketa kultural, sozialak eta ekonomiko garrantzitsu askoren eragileak azken urte hauetan. Horrela ba, baliabide hauek gero eta gehiago izaten ari duten bultzada nabarmena ikusten ari da hezkuntza munduan eta lehenago edo beranduago bada ere irakaskuntza eta ikaskuntza prozesuan txertatuko dira behin betiko. Gainera, hori ikusteko urrutira joan behar ez garenaren froga aurkitu dezakegu , izan ere Nafarroako Hezkuntza Departamentuak softwareak programatzeko proiektu batzuk egitea gehitu du Lehen Hezkuntzako 4. eta 5. mailetako Matematika jakintzagaiaren curriculumean hurrengo kurtsorako.

Gainera IKT-en erabilera eskoletan arlo akademikoaren ezagutza desberdinak errazteko baliogarriak izan daitezke, zenbait arazo ebaztera lagundu dezakete eta gaitasun kognitibo desberdinak garatzeko aukera eman dezakete, aldi beran ikaslearen motibazioa eta partaidetza sustatzen metodologia induktibo eta esploratzaile baten erabilera eginez.

Beraz, arrazoi hauengatik da hurrengo Gradu Bukaerako Lana proposatu denaren justifikazioa. Modu honetan, “aurreproiektu” bat bezala kontsideratu dezakegu matematikaren irakaskuntza eta ikaskuntzaren inguruko ikerketan, honetarako software informatiko baten erabilpenaz baliatuz, Geogebra softwarea den bezalakoa eta bereziki Lehen Hezkuntzako 3. Zikloan matematika ikasgaiaren barnean geometria laua lantzeko.

ANTECEDENTES, OBJETIVOS E HIPOTESIS

Gracias a las evaluaciones nacionales e internacionales como PISA y la OCD, sabemos que los estudiantes poseen un bajo conocimiento y rendimiento en matemáticas, lo que nos deja ver que existe un problema en la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina en nuestro país.

En numerosas investigaciones y encuestas acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, muchos alumnos coinciden en que dicha asignatura es la que “mas cuesta” o mas desmotivada se encuentran frente a ella, ya que es en la asignatura que menos capaces se sienten a la hora de desenvolverse por sí solos. De igual manera, el profesorado admite que no es fácil que el alumno disfrute de una asignatura que es inevitablemente abstracta.

Atendiendo a estos resultados es necesario que el docente se pregunte el porqué de dicho resultado y que alternativas metodológicas serian posibles emplear para mejorar el aprendizaje matemático de los alumnos, porque hace falta abstracción para las matematicas, pero si no se logra atraer a los alumnos, perdemos a aquellos que requieren de un apoyo educativo o simplemente que les cuesta llegar más a dicha asignatura y también a los que se aburren.

Como especialistas en la educación, debemos estar atentos a la realidad en la que vivimos, pues debemos realizar propuestas educativas acordes con las necesidades de la sociedad y al mismo tiempo que sean atractivas y motivantes para todos nuestros alumnos.

Parte de dicha solución la podríamos emplear con la incorporación de materiales didácticos en las aulas, y más concretamente materiales como las tecnologías de información y comunicación que han sido factores muy importantes para lograr cambios culturales, sociales y económicos en los últimos años. Así el impacto de estos medios se va haciendo notar de manera gradual en el mundo educativo y tarde o temprano se insertaran definitivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. De hecho, El Departamento de Educación de Navarra ha incluido en el currículo de la asignatura de Matemáticas de 4º y 5º curso de Primaria la realización de sencillos proyectos de programación de software (programas informáticos) para el próximo curso.

Es por esto que el siguiente trabajo de fin de grado se ha elaborado con el fin de ser el "anteproyecto" para dar inicio a la investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de un software educativo como es el Geogebra, y especialmente para la enseñanza de la geometría en un nivel académico básico como es la educación primaria , pues el uso integrado de las TIC-s pueden facilitar el aprendizaje de conceptos y materias, ayudar a resolver problemas y pueden contribuir a desarrollar habilidades cognitivas surgiendo así la posibilidad real de uso en disciplinas de aprendizaje tan importantes y complejas como la matemática, garantizando también la motivación y participación del alumnado vía métodos explorativos e inductivos

1. MARKO TEORIKOA

1.1 Geometria

1.1.1 Geometriari sarrera

Gaur egun ezagutzen diren geometriari buruzko lehenengo adierazpenak antzinako Mesosotamiatik datoz, baina berez geometria antzinako Egipton sortu zela esan genezake hauen lurrak neurtzeko egindako lanen ondorioz eta baita egiten zituzten eraikuntza, esplorazioa eta astronomiarekin lotzen zutelako. Gizakiak sortutako zientziarik zaharrena da beraz eta axioma deitutako oinarrizko kontzeptu batzuk abiapuntutzat hartuta eta arrazoizko ideien kate logikoa erabiliz, beste propietate eta teoremak lortzen Joan dira.

Dena den, Geometria zientzia bezala berez K.a VI mendearen erdialdean sortu zen Thales izeneko filosofoaren eskutik. Oso ezaguna da Thales piramideak ikusterakoan. Filoso honek Keops pirámide handienaren altuera nola kalkulatu zuen ezaguna dugu, makila baten altuera eta itzalen luzerak neurtuz eta proportzio bera piramidean aplikatuz. Hortik aurrera Euklides bezalako beste filosofoak jarraitu zuten.

Modu honetan, Euklides matematikari handia izan zen, ia ezeretik abiatuta eta arrazonamendua soilik erabiliz, lehen matematika diskurtsoa antolatzeko gai izan zen lehen matematikaria izan zelako. Filosofo honek, Geometria- elementuak izeneko liburua idatzi zeun, bost ataletan antolaturik dagoelarik (ezagutzen den geometriako bost postulatu famatuak). Bertan geometria axioma ideal batzuen barnean kokatzen zen, horregatik ezagutzen dugu geometria Euklidiar moduan. Erreminta xume horiekin garai hartatik gure garaira geometriako ia ezagutza guztiak biltzen dituen “eraikin” handi bat sortu zuen eta berak definitu zituen gaur egun ezagutzen ditugun angelua, zuzena, triangelua, zirkunferentzia moduko irudi laua, paralelismoa eta perpendikulartasuna, azalerak eta askoz gehiago.

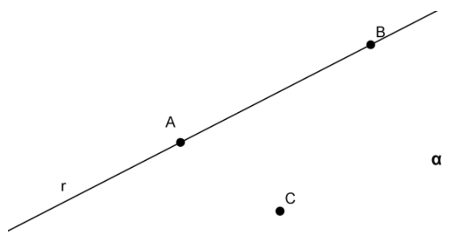
1.1.2 Geometriaren eduki matematikoa

- Planoa:

Planoa garrantzi handiko objektua da geometriaren ezagutzetarako, izan ere gizakia betidanik planoaren gainean dauden irudiak marrazten joan da: zirkuluak, aurkitzen zituen puntuak eta marrak/ lerroak, … Modu honetan historian zehar aurkitu izan ditugu eguneroko bizitzarekin erlazionatuak diren irudiak ditugu: errenazimenduko pinturak, harrietan aurkizen diren lehenengo margolanak edo gaur egungo arkitekturan eta ingeniaritzan erabiltzen diren planoak adibidez.

- Puntuak eta zuzenak

Euklidesek, puntua eta zuzenaren definizioa eman zuen esanez bi elementu horiek planoaren oinarrizko bi elementuak direla.



1. irudia. Puntuak eta zuzena.

- Puntua: luzerarik eta zabalerarik ez duen elementua da. Ez da objektu fisiko bat eta paperean edo pantailan ia ikusten ez den arrasto batez adierazten da.
- Zuzena: zuzena dimentsio bakarreko puntu-segida infinitu bat da, ez du ez hasierarik ez amaierarik; hots, luzerarik baduen eta zabalerarik ez duen elementua da.

Horren arabera, gure eguneroko esperientzian oinarrituz hainbat eta hainbat adibide aurkitu ditzakegu: zeruko izarren puntuak eta hegazkinak utzitako arrastoak sortzen dituzten zuzenak eta gure laneko mahaia plano baten moduan ere identifikatzen ditugu. Hori behar dugu geometria lantzeko.

- Zuzena, zuzenerdia eta zuzenkia

Zuzena, muturretan geziak dituen segmentu batez adierazten da. Gezi horiek zuzenak infinituraino jarraitzen duela adierazten dute.

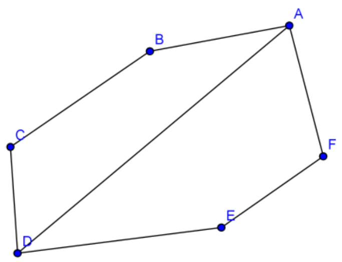
Planoko bi puntu hartzen baditugu eta lerro batean lotzen baditugu zuzenak lotzeko modu asko daudela ikusiko dugu, baina badago bat beste edozein lerro bat baino motzagoa geratzen dena. Honela ba, motzena geratzen den lerroari zuzenkia deituko diogu. Modu honetan, zuzenkiaren mutur bati A eta besteari B izendatzen badiogu, AB zuzenkia osatuko dugu.

Aldiz, zuzenki baten muturrak definitzen ez baditugu eta mugarik jartzen ez badiogu zuzenkiari, zuzen bat lortzen dugu eta zuzen hori edozein puntutatik erdibituta sortzen diren bi zatietako bakoitzarekin zuzenerdia osatuko dugu. Jatorria den puntu bat du eta infinituraino jarraitzen du. Adibidez, A-tik luzatzen badugu, B muturra zuzenerdiaren hasiera dela esaten zaio.

- Zuzenaren propietateak

Euklidesek zuzen baten propietate desberdinak definitu zituen. Propietate horiek, ezinbestekoak dira geometria ulertzeko. Jarraian horietako batzuk ikus daitezke:

- Planoko bi puntu hartzen baditugu, bakarra da bi puntuak lotzen dituen zuzena.
- Edozein zuzenek bi eremutan zatitzen du planoa, eta planoerdi dute izena.



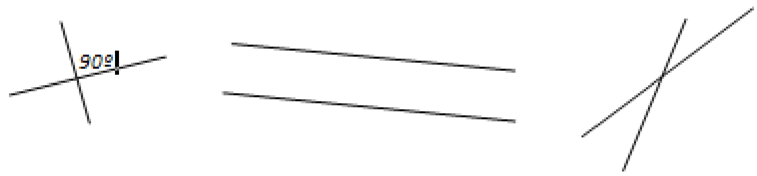
2. Irudia. Zuzenaren propietateen errepresentazioa.

- Posizio erlatiboak

plano baten gainean bi zuzen marrazten baditugu zenbait egoera desberdin sor daitezke: adibidez, zuzen bat bestearen gainean egon daiteke. Hori gertatzen bada, biak bereiztea ezinezkoa da, hau da, zuzen bera dira eta bi zuzen horiek bat egiten dutela esaten da.

Bi zuzenak desberdinak badira, bi egoera sor daitezke. Gerta liteke inoiz ez ukitzea eta horrela paraleloak sortzen dira, edo puntu batean ere elkartu daitezke, orduan ebakitzaileak direla esaten da.

- Elkar ebakitzen ez duten bi zuzen paraleloak dira eta ez dute puntu amankomunik. Horri esaten zaio 5. Postulatua: kanpoko puntu batetik zuzen bati zuzen paralelo bakar bat marraz diezaiokegula.
- Puntu bakar batean elkar ebakitzen duten bi zuzen ebakitzaileak dira. Kasu honetan puntu bat komunean dute. Gainera, bi zuzen ebakitzaile perpendikularrak dira, planoa lau angelu zuzenetan banatzen badute



3.irudia. Zuzen elkartzutak, zuzen paraleloak eta zuzen ebakitzaileak.

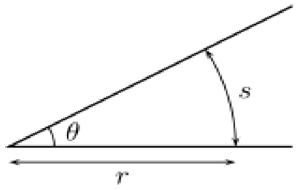
- Angeluak

Plano bat hartzen badugu eta horren gainean A puntu bat marrazten badugu eta puntu horretan jatorria duten bi zuzenerdi sortzen baditugu, A puntuari erpina deituko diogu eta zuzenerdi bakoitzari aldea deituko diogu.

Plano batean bi zuzen marrazten baditugu eta elkarren artean ebakitzen baditugu, planoa lau zati desberdinetan geratuko da zatituta. Beraz, angelua honela defini daiteke: jatorri bera duten bi zuzenerdik osatutako zabaltasuna.

Angeluaren osagaiak hauek dira:

- Aldea: angelua osatzen duten bi zuzenei esaten zaie, hau da, angelu bat osatzen duten bi lerroetako bakoitza dira eta poligono bat itsi egiten duten lerro bakoitza.
- Erpina: angelu baten bi aldeek, poligono baten bi aldeek edo poliedro baten hiru alde edo gehiagok elkar ebakitzen duten puntuari esaten zaio.
- Zabaltasuna: Angelua osatzen duten bi aldeek duten zabalera.

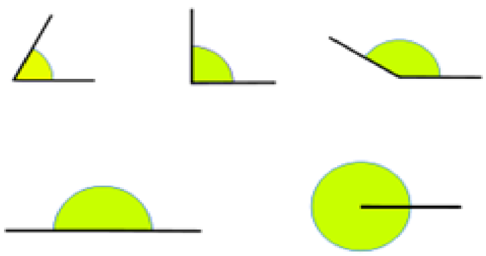


4.irudia. Angelua.

Modu honetan, angeluaren bi eremuen tamaina desberdina izan daiteke eta angelu bakoitzak osatzen duen tamaina desberdin horri, angelu-anplitudea esaten zaio. Beraz, sortzen duten zabaltasun horren arabera angelu mota desberdinak sailka daitezke. Horretarako, zabaltasunak neurtu eta haien arteko erlazioak definitzen dira.

Angelu motak zabalera edo zabaltasunaren arabera:

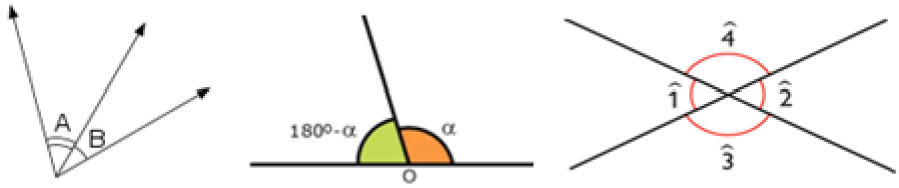
- Angelu zuzena: bere aldeak perpendikularrak dituen angelua da eta 90º gradu neurtzen ditu.
- Angelu zorrotza: 90 gradu baino gutxiagoko neurria duen angelua da.
- Angelu kamutsa: 90 gradu baino gehiago neurtzen duen angelua da..
- Angelu laua: 180 graduko neurria duen angelua da.
- Angelu osoa: zirkulu osoa hartzen duen angelua da eta 360° neurtzen dituena da.



5.irudia. Angelu zorrotza, zuzena, kamutsa, laua eta osoa hurrenez hurren.

Angelu motak posizioaren arabera:

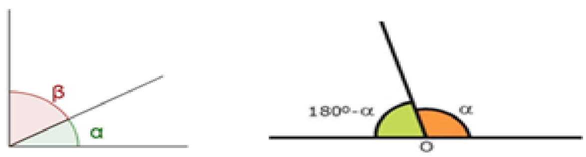
- Ondoz-ondoko angeluak: erpina eta alde bat komunak dituzten angeluak.
- Angelu auzokideak: ondoz-ondokoak dira eta angelu laua osatzen dute.
- Erpinez aurkako angeluak: Angelu baten aldeak luzatzerakoan sortzen den angelua eta abiapuntuko angelua erpinez aurkakoak dira: 1 eta 2; 3 eta 4.



6.Irudia. Ondoz ondoko angelua, auzokideak eta erpinez aurkakoak.

Angelu osagarriak eta betegarriak:

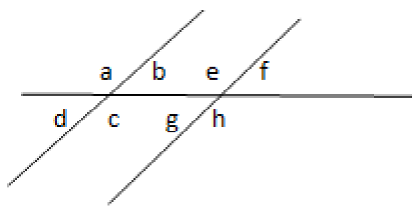
- Angelu osagarria: angelu jakin bati 90 gradukoa osatzeko gehitu behar zaiona.
- Angelu betegarria: angelu jakin bati 180 gradukoa osatzeko gehitu behar zaiona. B angeluari bere osagarria den A angelua gehituz gero 90º eta A angeluari B angelua (bere osagarria) gehituz gero sortzen da.



7.irudia. Angelu osagarria eta betegarria.

Bi zuzen paralelo beste zuzen batekin ebakitzen badira 8 angelu sortzen dira eta angelu horiek binaka izen bereziak hartzen dituzte:

- Erpinez aurkako angeluak: a eta c; b eta d; e eta h; f eta g.
- Angelu parekideak: a eta e; b eta f; d eta g; c eta h.
- Txandakako barneangeluak: d eta f; c eta e.
- Txandakako kanpoangeluak: a eta h; b eta g.



8.irudia. 8 angeluak.

XIX. mendetik aurrera ordea, matematika modernoaren zenbait izen handik Euklidesek markatutako eremua zabaltzeko aukera izan zuten. Horretarako "Paraleloen postulatua" izenez ezaguna den 5. postulatua kendu zuten, eta zeharo bestelakoak ziren mundu geometrikoak ekarri zituzten. Geometria berri horretan lerro paraleloak elkartu egiten ziren poligono mota ezberdinak osatuz, eta triangeluen angeluen batura 180º- tik bestelakoa izan zitekeen.

- Poligonoak

Irudi geometriko lauak eta itxiak direnei poligonoak deitzen zaizkie. Bere izkinetatik elkartuta dauden segmentuen jarraipenagatik mugaturiko planoaren zatia da, zeinek poligonozko lerro itxia irudikatzen baitute.

Poligonoaren elementu nagusiak hauek dira:

- Alboak: poligonozko lerroaren elementu bakoitza da.
- Erpinak: bi segmentu edo hurrenez hurreneko alboen arteko intersekzio-puntuak dira.
- Barneko angeluak: hurrenez hurreneko bi albo bakoitzak zehaztuak dira.
- kanpoko angeluak: barnekoen betegarri bezala definituak dira.

Poligono bat irudi geometriko laua eta itxia da eta hiru segmentu zuzen edo gehiago elkartzean osatzen da. Segmentu hauei aldeak deitzen zaie. Poligono erregularretan eta irregularretan sailkatzen dira. Hedadurak azalera jakin bat hartzen du eta hainbat modutan neur daiteke.

- Triangeluak:

Hiru alde dituen poligonoari triangelua edo hirukia esaten zaio. Modu horretan, existitzen den irudi geometriko itxi sinpleena da, barneko hiru angelu dituelako eta angelu diagonalik ez duelako. Triangeluaren bi aldeek bat egiten duten elkargune edo ebaketari erpina esaten zaio.

Triangeluen sailkapen ugari proposatu izan dira:

Aldeen luzeraren arabera hiru triangelu mota bereizten dira:

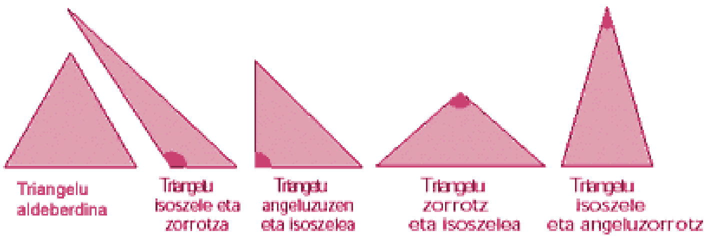
- Triangelu aldeberdinak direla esaten da hiru aldeak berdinak dituztenean.

- Triangelu isoszeleak berriz, bi alde desberdin dituztenean deitzen diogu.
- Triangelu eskalenoak ordea, alde guztiak desberdinak dituen triangelua da.

Aurreko angeluen arabera ere hiru triangelu mota bereizten dira:

- Angelu zorrotzak, hiru angeluak 90 gradu baino txikiagoak direnean sortzen dira.
- Angelu zuzenak, bere angeluak 90 gradukoak direnean eratzen dira.
- Angelu kamutsa, angeluetako bat 90 gradu baino handiagoa denean esaten zaio.

Gainera, angelu zuzenak dituzten triangeluak interes geometriko gehiago sortzen dute. Honen arrazoia da arrazoi eta funtzio trigonometrikoak definitzeko oinarri gisa balio dutelako eta hipotenusa definitzeko oinarri gisa ere balio dutelako. Triangelu angelu zuzenetan, hipotenusa esaten zaio angelu zuzenari aurkako aldeari, eta kateto beste bi aldeei.



9.irudia. Triangelu motak aldeen eta angeluen arabera.

Triangeluen elementuak:

Aurretik ikusitako triangelu baten barneko alde eta angeluez gain, triangelu batean beste elementu batzuk ikus daitezke geometriaren ikuspuntutik.

- Altuera: alde batetik kontrako erpinera trazatutako perpendikular bakoitzari esaten zaio. Triangelu baten hiru altuerak ortozentro izeneko puntuan ebakitzen dira.
- Triangelu baten erdibitzaileak: triangeluaren aldeetako perpendikularrak dira, erdiko puntu batetik hartuta. Triangelu baten hiru erdibitzaileen ebakitze-puntua zirkunzentroa da (zirkunzentroa triangeluan zirkunskribatutako

zirkunferentziaren erdigunea da halaber). Triangelu baten erdibitzaileak alde baten erdiko puntutik kontrako erpinera trazatutako zuzenak dira. Triangelu baten hiru erdibitzaileak barizentro edo grabitate-gune deritzan puntuan ebakitzen dira.

- Erdikariak: triangelu baten angeluak erditik zatitzen dituzten zuzenak dira. Triangelu baten hiru erdikariak intzentro deritzan gunean elkartzen dira (gune hori bat dator triangeluan inskribatutako zirkunferentziaren erdigunearekin).

Triangeluaren propietateak:

Triangelu guztiek oinarrizko propietate geometrikoen multzo garrantzitsua egiaztatzen dute:

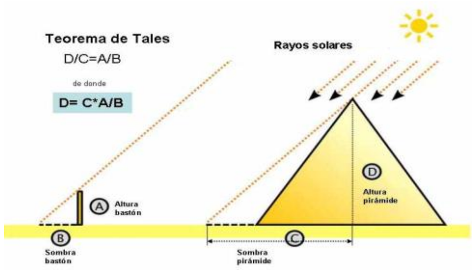
- Bere aldeetako edozein da beste bien batura baino txikiagoa eta aldea baino handiagoa.
- Triangelu baten barneko hiru angeluen batura angelu lau baten parekoa da (180 gradu). Hortaz, triangelu aldeberdinek hiru alde berdin eta hiru angelu berdin dituzte, 60 gradu neurtzen dutenak.
- Angelurik handiena triangeluaren alderik luzeenari kontrajartzen zaio, eta alderantziz. Era berean, bi alde berdinak badira, horien barneko angelu kontrajarriak ere berdinak dira, eta alderantziz. Beraz, esaterako, triangelu aldeberdinak erregularrak dira.

Geometrian, baita ere Thales-en triangeluaren arteko antzekotasunaren edota Pitagoras triangelu zuzen batean katetoek eta hipotenusaren arteko erlazioarekin ezagunak diren teoriak aurkitu ditzakegu.

- Thalesen teorema:

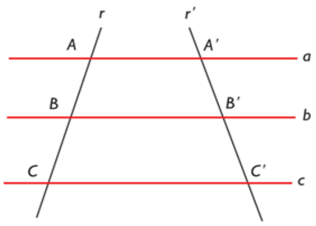
Thales-ek Gizeh-ko piramideak ikusi zituenean Keops piramide handiaren altuera (147 m) kalkulatu zuen, makil bat eta itzalaren erabilpena eginez. Teorema honen bitartez, altuera eta itzalaren arteko proportzioa hartu zituen kontutan. Gainera, ordu berean eta beste ordu batean probatu egin zuen teknika hori eta itzalak desberdinak zirela ikusi zuen, baina proportzioa aldiz mantendu egiten zela frogatu zuen. Modu honetan, Thales, bere izena daraman teoremak triangeluen arteko antzekotasuna azpimarratu zuen zuzenkien arteko proportzionaltasuna finkatuz.

Ondorengo irudiaren bitartez ikus dezakegu nolakoa den Thalesen teorema.



10.irudia. Thalesen teorema.

Teknika honekin antzeko triangeluak eraiki daitezke eta edozein zuzenki zatitu daiteke nahi ditugun zati berdinetan. Adibidez, honako AB zuzenkia zati berdinetan zatitzea:

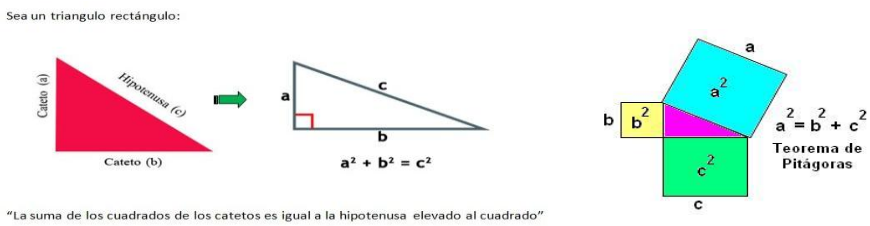


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

11.irudia. Zuzenkia zati desberdinetan zatitua.

- Pitagorasen teorema:

Pitagorasen triangelu baten aldeen arteko erlazioen teorema ere nabarmena izan zen geometria lauaren agerpenean. Izan ere triangelu zuzen batean, hipotenusaren karratua, bi katetoen karratuen arteko batura dela egiaztatu zuen. Gainera arau hau ere alderantziz betetzen dela frogatu zuen, hau da, triangelu batean aurreko propietatea betetzen bada, orduan triangelu zuzen baten aurrean gaudela esan nahi du.



12.Irudia. Pitagorasen teorema.

- Laukiak

Aldeak deitzen diren 4 zuzenkiz mugatutako irudi lau eta itxiei laukiak deitzen zaie.

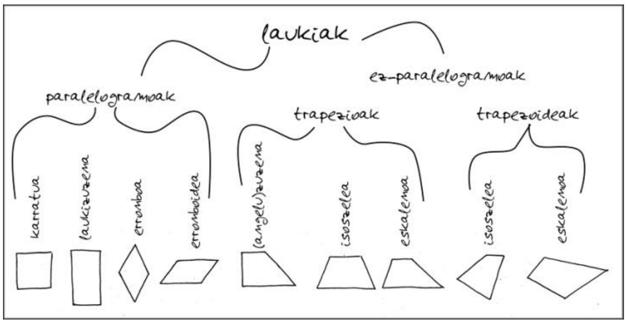
Aldekideak ez diren erpinak elkartzen dituzten zuzenkiei diagonal esaten zaie eta horrela sailkatzen dira:

- Ganbilak: Barneko bi puntu elkartzen dituzten zuzenkiak beti barnekoak dira.
- Ahurrak: Barneko bi puntu elkartzen dituzten zuzenkiek ez dute derrigorrez barnekoak izan behar.

Lauki ganbilen artean, beren aldeak binaka paraleloak dituztenei paralelogramo deritze eta bi alde paralelo eta beste bi paraleloak ez direnak dituztenei, berriz, trapezio izendatzen zaie.

- 4 aldeak berdinak dituzten paralelogramoei erronbo deitzen zaie.
- 4 angeluak berdinak dituztenei laukizuzen deitzen zaie.
- 4 aldeak eta 4 angeluak berdinak dituzten laukiak karratuak dira.

Beraz, definizio hauen arabera, laukiak honela sailka ditzakegu:



13.irudia. Laukien sailkapena.

Dena den, eta matematikan oso normala denez, definizio desberdinak onar daitezke. Adibidez, paralelogramoa izateko bi alde paralelo bakarrik exijitzea. Orduan trapezioak ere paralelogramoak izango lirateke eta beste sailkapen desberdin bat lortuko genuke.

- Higidurak eta transformazioak planoan

Planoan egin daitezkeen higiduren artean hiru motatakoak dira: Translazioak, biraketak eta simetriak.

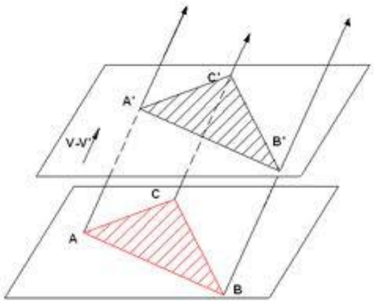
- Traslazioa

Planoko mugimendu bat da eta isometrikoa da, hau da, ez du ez forma ez tamaina aldatzen. Bakarrik bere posizioa aldatuko da. Beraz, Irudi bat lehen duen egoerarekiko paraleloki lekualdatzen duen higidurari translazio deituko diogu.

Irudiak trasladatu ondoren izango duen kokapena jakin ahal izateko beharrezkoa da ondorengoa jakitea:

- Lekualdaketaren intentsitatea edo zenbatekoa (irudia zenbat lekualdatu den).
- Lekualdaketak izan duen norabidea.
- Lekualdaketak izan duen norantza.
- Matematikoki bektore bat behar da.

Hiru datu horiek definitzen edo zehazten dute translazio-bektorea eta honela adierazten da: T ū (P)=P´



14.irudia. Traslazioa.

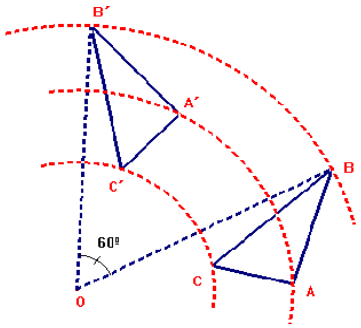
- Biraketa

Planoan egin dezakegun beste mugimendua da eta isometrikoa da ere. Irudi baten ingurua orri batean marrazten badugu eta 0 puntuarekiko distantzia konstantea mantenduz, irudia paperetik altxatu gabe lekualdatuz gero eta ostera irudiaren ertza paperean marrazten, irudi horrek biraketa edo errotazioa jasan duela esaten da. 0 puntuari errotazio-zentru edo biraketa zentru deritzo eta biraketa-angeluari, berriz, errotazio-amplitude edo biraketa-zabaltasuna.

Biraketak honela adierazten dira: Bo α (P) =P´

Irudiak izango duen azken kokapena finkatzeko, beharrezkoa da ondorengoa jakitea:

- Biraketa zentrua. O puntua
- Errotazio-anplitudea.
- Errotazio- norantza (erloju orratzen norantza edo norantza horren aurkakoa).



15.irudia. Biraketa.

- Simetria

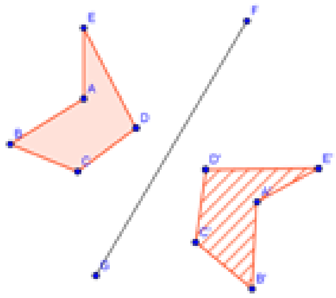
Aurreko bi mugimenduak bezala, hau ere planoan egin daitekeen higidura isometrikoa da. Irudi simetrikoak lortzeko, adibidez nahikoa dugu ispilu batekin edozein irudi nola isladatzen den ikustea. Halaber irudi simetrikoa lor daiteke, baldin eta orri batean irudi simetriko bat tolesten badugu.

Orri batean puntu bat finkatzen badugu eta ardatz batekiko (simetri ardatz deituarekiko) bere puntu simetrikoa zein den jakiteko, nahikoa da orria ardatzetik tolestatzea eta puntu simetrikoaren parean bestea markatzea. Bi puntu horien arteko zuzena marraztuz, simetri ardatza zuzenki horrekiko elkartzuta dela eta bere erdigunean marraztuta dagoela ikusiko da. Horrek ardatz batekiko puntu simetrikoak marrazteko aukera ematen du.

Simetria modu honetan adierazten da: Sr (P) = P´

Simetria bat irudikatzeko honako alderdiak ezagutzea beharrezkoa da:

- Puntu bat behar da.
- Orokorrean ardatz bat beharrezkoa da, zuzen bat izango dena.



16.irudia. Simetria.

1.2 Geometria eta haurraren psikologia

Bereziki, Geometriaren didaktikaren hasiera Piageten lanekin erlazionatu dezakegu. Haurren espazioko errepresentazioaren garapena eta pixkanaka ideia geometrikoak nola antolatzen dituztenari buruz garatu zituen ideiak ikerketa ugariri bidea eman zien ikasleek edukiko zuten zentzu espaziala eta arrazoiketaren inguruan. Honela ba, bide berriak sortu ziren hezkuntzako curriculumean.

Psikologo honek garatu zituen teoriak horrenbesteko eragin handia izan zuten ze gaur egungo herrialde gehienen eskoletan lantzen den matematikako geometría arloan, objektuen espazioen azterketan, bere erlazioetan eta transformazioetan oinarritzen dira. Honela ba, haurraren zentzu espazialaren garapena eta arrazoiketari bidea emango dion ezagutzak determinanteak dira matematikaren didaktikan.

1.2.1 *Piaget eta geometría*

Piaget eta Inhelder (1956), haurraren espazioaren ikuskerari buruzko liburuan, haurrak kontzeptu topologikoak, proiektiboak eta euklidiarrak nola eraikitzen dituen aztertu dituzte eta bertan argitaratzen duten moduan, espazioko objektuekin egindako ekintzen koordinazio eta antolamenduaren bidez haurraren espazioaren errepresentazioak eraikitzen joaten dira.

Berez, haurraren ekintzen koordinazioren ondorioz logika eta zenbakiak ateratzen direla komentatzen dute eta horiek objektuetatik abstraitzen ez direla diote. Ezagutza fisikoa, berriz modu ezberdinean gertatzen dela komentatzen dute eta ezagutza hori objektuekin egiten diren ekintza berezietatik datorrela, hau da, objektuetatik abstraitzen ditu elementuak.

Matematikak zientzia bezala, espazioaren nozioak tratatzeko orden historiko bat jarraitu izan du eta lehenengo geometria euklidiarra, hau da, angeluak, distantzia, paralelismoa,… landu ditu, horren ondoren geometria proiektiboa landu du, hau da, lerrozuzentasuna eta, amaitzeko geometria topologikoa (hurbiltasuna, jarraipena, itxiera, ordena).

Piaget (1950)-en azterketa psikogenetikoen arabera ordea, haurraren espazioaren nozioen agerpenak ordena logiko bat jarraitzen du, orden historiko bat baino gehiago. Honela ba, haurrak 7 urte inguru dituenean finkatzen dira operazio topologikoak eta 10 urte inguru dituenean, orudan operazio proiektibo eta euklidiarrak finkatuko dira. Modu honetan, 3-4 urterekin haurrak bereiz ditzake irudi itxiak eta irekiak, baina beranduago izango da lortzen duenean irudi lerro zuzenak eta kurbatuak bereizteko gaitasuna. Hau ez da gertatzen Ikuspegiaren nozioa eskuratzen ez duen arte, hau da, haurrek 7 urte inguru izan arte ez dute edozein objektu lerro zuzenean jartzeko gaitasuna lortuko eta adibidez, okertutako ontzi bateko uraren maila ez dute haurrek ongi marraztuko 9 urte bitartean.

Haramburu, M (2006) bere artikuluan azaltzen digun moduan, Euklidesen geometria hainbat arotan banatu dezakegu haurraren psikologiari dagokionez eta Piageten ikuspegiaren arabera. Modu honetan, hasiera batean haur txikiak bere eskemetara asimilatzen du aurrean duen objektua, edo baita ere bere eskemak objektura egokitzen ditu. Honi barneko aroa deitzen zaio.

Hurrengo aroan, irudiak elkarrekin harremanean jartzen dira: harreman horien transformazio motak aztertzen dira, baina transformazioen multzoko egiturarik antolatu gabe. Irudi arteko aroa deitzen da aro hau. Haurrak eraikitako eskemak ez dira isolaturik gordetzen. Asimilazio prozesuan elkarrekiko asimilazioak, eskemen koordinazio eta transformazioak gertatzen dira.

Azkenik, egiturak nagusi diren aroan edo aro transfiguralean multzoko egiturak sortzen dira. Irudi barnekotik, irudi artekora eta irudi artekotik irudietan zehar lortzen denera, gertatzen den erlazio logiko-matematikoa gero eta handiagoa da.

Beraz, haurraren eboluzio psikologikoaren hasieran, irudi osatuen errealismoak eta egonkortasun iraunkorrak toki gutxi uzten du eraikuntza berrietara eramango duten transformazioetarako. Gero, irudien arteko antolamenduari esker, entitate geometrikoak harreman eta transformazio multzotik eratortzen dira eta ez dira kanpotik ezartzen, irudi barneko estadioan bezala. Geometria grekoa irudi barnekoari begiratzen diona da, transformaziorik ez duena. Geometria proiektiboan, berriz, transformazioen lehentasuna nagusitzen da eta geometriak sistema algebraikoen menpe jartzen dira.

1.2.2. *Piaget eta garapen ebolutiboa*

Piageten ustetan, haur guztien garapen psikologikoa estadioak deitzen dituen sekuentzia ordenatu baten araberakoa da. Subjektuak errealitatearekiko egiten duen interpretazioa desberdina da segun eta ze periodoan dagoen arabera, nerabezaroan eta helduaroan goreneko maila lortzen duen arte. Modu honetan, haurrak duen munduaren ezagutza aldatuko da informazioa gordetzen duen antolaketa kognitiboa aldatzen doazen heinean, hau da, ezagutza bat ez da errealitatearen erreflexu fidela subjektuak pentsamendu formala lortzen duen arte.

Haur batek munduan inguratzen duen interpretazioa honako modu honetan egiten duela dio Piagetek:

- Kontraesanen inguruko sentsibilitatea hobetuz.
- Operazio mentalak burutzen.
- Eraldaketak ulertuz.
- Zenbakiaren nozioa eskuratuz.

Beraz, aurreko puntuak kontutan hartuz, Piaget 4 etapa edo estadio ezberdintzen ditu. Garapen ebolutiboan zehar pasatako etapa hauetako bakoitza ezaugarri eta ahalmen zehatz batzuen araberakoa da. Gainera, etapa bakoitza aurreko etapak barneratzen ditu eta subjektu guztietan ematen da adin berdinetan gutxi gora behera.

- Periodo sentsoriomotorea (0-2 urte).
- Periodo preoperazionala (2-7 urte).

- Operazio konkretuen periodoa (7-11 urte).
- Operazio formalen periodoa (11-15 urte).

1.2.3 *Lehen Hezkuntzako 3. zikloko haurren ezaugarriak*

Modu honetan, 3. zikloko umeen adina kontutan hartzen baditugu, Piageten arabera operazio konkretuen periodoaren bukaeran eta operazio formalen periodoaren hasieran kokatu ditzakegu, izan ere ziklo honetan haurrak 10-12 urte bitarte dituzte. Beraz, Piageten arabera eta geometriako alderdiari erreparatuz gero honako alderdiak egiteko gai dira:

- Errealitate fisikoen errepresentazioa egiten dute.
- Geometriaren bitartez sistema metriko dezimala kuantifikatzen du eta konparatzen dute.
- Datuak grafikoki adierazteko gai dira.
- Operazio espazialak egiten dituzte: objektuak okupatzen duten espazioa eta bere desplazamendua. (topologikoa, proiektiboak, euklidianoak, metrikoak, …)
- Operazio tenporalak eta zinetikoak egiteko gai dira: espazioan dauden objektuen ordena.

1.2.4 *Van Hiele eta geometriaren didaktika*

Guillen (1997) bere liburuan adierazten digun moduan, Van Hieleren teoria ere aproposa dugu geometriaren irakaskuntzarako. Kontzeptu geometrikoak eta bereziki irudi lauak eta solido geometrikoak bereganatzeko garaian haurrek maila desberdinak lortzen joaten direla dio. Maila hauek bost ataletan banatzen dira, atal bakoitza ondorengo ezaugarriak betetzen dituelarik.

Arrieta (2008) esaten duen moduan, Van Hieleren lehehengo hiru mailak interesatzen zaizkigu, Lehen Hezkuntzako haurrek ez baitute hirugarren maila hori baino handiagorik lortzen.

1. Maila. Ezagupena edo arrazonamendu mailak

  - Informazio bisuala bakarrik erabiltzen du.
  - Garrantzi gabeko atributoen deskribapena. Bere aspektu fisikoa erabiliz deskribatzen ditu edo inguruko prototipoak erabiliz. Zehaztu gabeko adierazpenak erabiltzen ditu:… antza dauka, … forma dauka.
  - Irudi edo solido bakoitza globalki konsideratzen du.
  - Irudi edo solido bat identifika dezake baina familia bateko adibidea bezala. Adibide konkretuetan oinarritzen da. Deskonposaketaren bat identifika dezake: laukizuzena bi triangeluetan, …
  - Sailkapen dikotomikoak egin ditzake: Aurpegi lau/ kurba. Prisma zuzen /zehiar. Solido ganbil/haur.
  - Izena egokitu dezake eta elementuak (aurpegiak, erpinak, ertzak, aldeak, angeluak) izenda ditzake.

2. Maila. Azterketa. Ikaskuntza faseak
  - Marrazki batean elementuak, angeluak, errekonozitzen ditu.
  - Azpifamiliak familietan sartzen ditu eta zuhaitz diagramak erabil ditzake familien arteko erlazioentzat.
  - Familia baten propietateak lortzeko adibide batzuk aukeratzen ditu.
  - Klaseen arteko partekotasuna ulert dezake baina aurrena adibideekin egin bada.
  - Konturatzen da adibide batek ez duela familia ordezkatzen baina batzuk behar ditu.
  - Arrazonamendua pertzepzio fisikoan oinarritzen da.

3. Maila. Sailkapena. Ulermen intuitiboa

  - Familia baten adibide guztiak izenda dezake.
  - Definizio baliokideak erabil ditzake.

- Sailkapenak egin ditzake. Erizpide desberdinak erabiliz ere bai.
- Klaseen partekotasuna bereganatzen du.
- Ebakidurak imagina ditzake.
- Frogapenak esperimentazioarekin loturik daudenak ulertzen ditu
- Ordezkariak erabiltzen ditu bere indukzioak ziurtatzeko.

4. Maila. Dedukzio formalaren fasea
5. Maila. Zehaztasun fasea

Modu honetan, Van Hielek ikasleak fase ezberdin horiek jarraituz gidatu behar ditugula bere ikaskuntza prozesuan proposatzen du. Bere ustetan fase bakoitza ez dago adin bati lotuta Piageten teorian ikusi dugun moduan, baizik eta haurren esperientzietan dagoela oinarritua fase batetik bestera igarotzeko pausua uste du (gero eta esperientzia gehiago izan, orduan eta posibilitate gehiago dago hurrengo mailara igarotzeko). Beraz, irakaslearen ardurapena da ikasleari eskeintzea esperientziak garatzeko egoera didaktiko egokiak eta nahikoak.

Honen ildora, Van Hieleren metodologia erabiliz ikasgela batean, 3 fase bereiz daitezke ikaslearen ikaskuntza prozesua garatzeko:

- Informazioa: eraikitzen eta deseraikitzen lan egiten da, hau da, ikasgelan sortzen doazen formulazioak, kontzeptu baten inguruan eta dialogo baten bitartez, ikaslea eta irakaslea elkar erlazionatzen dira eta aldez aurretik dituzten ideietatik habiatuz harreman soziala gertatzen da.
- Orientazio gidatua: fase honetan irakasleak aldez aurretik eraikuntza bat sortu behar izango du material manipulagarri konkretu baten bidez.
- Orientazio librea: ikasleak esperientziak lortzen hasten dira beren kabuz bide propioak eraikitzen hasten direnean propietate matematikoak aurkitzeko asmoarekin.
- Integrazioa: ikasleak errepasatu eta adierazten dituzte lortutako edo egindakoa.

1.3 Trasposizio didaktikoa

Geometria eta eduki matematikoaren atalean ikusi bezala, geometria Euklidianoaren planteamenduak frogapen eta axioma matematiko konplexu askoren ezagutzak eskatzen ditu, zeinak Lehen Hezkuntzako haur batentzat eskuraezinak dira. Honela ba, ikasleen maila kognitibora moldatu beharra dago aurretik Piagetek eta Van Heilek egindako haurren garapen ebolutiboa kontutan izanik. Modu honetan eduki desberdinak lantzen dira Lehen Hezkuntzako etapa ezberdinetan eta adibidez, Nafarroako Lehen Hezkuntzako curriculumean begirada bat botatzen badugu honako aspektu geometrikoak lantzen dira:

> *"3. multzoa. Geometria: Planoko eta espazioko kokapena, distantziak, angeluak eta biraketak. Forma lauak eta espazialak. Erregulartasunak eta simetriak."* Nafarroako Gobernua(2007)

1.3.1 *Matematikaren didaktikarako metodologiak*

Behin edukiak eta helburuak zehazturik daudela, matematikaren didaktikan ikerketa pedagogiko ugariak egin dira historian zehar eta ez soilik geometrian, baizik eta matematikaren arlo ezberdinetan, ezagutza horiek Lehen Hezkuntzako ikasleei nola irakasteko asmoarekin. Modu honetan eredu/ metodologia pedagogiko ezberdinak zirela medio.

Metodologia hauen artean, irakaskuntza- ikaskuntza prozesuan metodo deduktibo edo induktibo bat erabiltzearen planteamenduak egin izan dira eta horietako bien artean Lehen Hezkuntza mailarako zein den egokia ikusteko. Aurretik Piaget eta Van heilek bezalako autoreak egindako haurren ezaugarriak kontutan hartuz, Lehen Hezkuntzan Geometria irakasteko metodorik egokiena indukzioa dela esan daiteke, izan ere, Van Heilek bereizten dituen mailetan, lehenengo hiru mailak Lehen Hezkuntzako aurren ezaugarriei dagozkienak dira (indukzioa erabiliz propietateetara heldu daitezke haurrak), 4 eta 5 mailak ordea ume helduago batzuen psikologiaren ezaugarriak direla aztertu zuen, bertan dedukzio formala eta zehaztasun mailak bereizten dituelarik hurrenez hurren. Eta aurretik ikusi ditugun ikasgela batean proposatzen dituen faseak metodologia induktibo bati dagozkienak dira.

Gainera, Geometriaren irakaskuntza hobetzeko egin diren hainbat saiakuntzak edo hobe esanda gaur egun matematikako irakaskuntzarako erabiltzen diren metodologiak emaitza onik atera ez dituela dirudi Lehen Hezkuntzako gela batean erabiltzen badugu, metodologia induktibo bat erabiltzen ez denean, edo horrela argitaratzen du Chamorrok (2003) bere liburuan. Izan ere, egun dugun curriculumean Chamorroren ustetan geometriako atalari ez zaio kutsu handirik ematen aritmetikari ematen zaion bezala eta horrek eragiten du geometria bere osotasunean ez lantzea. Dena den, nahiz eta matematikako beste alderdiak gehiago landu, Chamorrok dio geldialdi nabarmen bat sortzen ari dela ikasleek duten geometriaren, bai matematiken beste oinarrizko arloen kontzeptuen ezagupenean eta gaiaren domeinuan. Horretarako honelako alderdietan hutsuneak ikusten dituela azaltzen du eskolan matematikaren irakaskuntzan:

- Orokortasun eza dagoela. Baliteke Lehen Hezkuntzako lehenengo mailetako haurrekin gaudenean ulertzea orokortasun batera ez iristea, baina maila altuagoko ikasleekin ezin da onartu.
- Arrazonamendu metodoen desagertzeak, metodo induktiboak bezalakoak.
- Bestelako geometria moten desagertzeak, geometria proiektiboa edo topologikoa bezalakoak, zeinak Lehen Hezkuntzako azken zikloan hasi eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako etapa osoan zehar lantzen diren geometria espazialaren edukietarako oinarrizko ezagutzak diren.
- Hizkuntza zientifikoaren orokortzea edo nahastea.

Arazo honen aurrean hainbat eragile egon daitezkeela ere aipatzen du.

- Curriculumaren diseinuan aurkitzen ditugun geometriaren kontzeptuen zorroztasun eta indeterminazio eza hauek antolatzeko orduan eta egituratzeko orduan.
- Testu liburuen erabilera elementu nagusi gisa.
- Argitaletxeek egindako gida didaktikoen garapen desegokia zeinak geometriaren eraikuntza ezberdinak erlazionatu gabeak antolatzen dituzte.

- Material didaktiko eza geometriaren eraikuntzarako

Honen ondorioz, ikasleak soilik geometriaren propietate batzuen adierazle batzuk baino ez ditu ezagutzen. Gainera propietate horiek modu memoristikoan ematera jotzen da, hau da gehienetan transmisio eredua erabiltzen da matematika arloan, irakasleak ezagutzak eman geroago haurrak zerbaitetan aplika ditzan.

Honelako metodologien erabilpenak egiten jarraituz gero ikus daiteke adibidez, ikasleei irudi bat ematerakoan eta gero propietate berdinak mantentzen dituen beste irudi batengatik aldatzen diegunean, ikasleek arazo asko izango dituztela, edo ez direla kapazak izango bi irudi horiek elkar erlazionatzeko, ze ikasleek izango duten geometria ulertzeko modua murritza izango da.

Arazo honen aurrean eta hainbat teoria didaktikoak zein psikologikoak kontutan hartuz, metodologia ezberdinak erabiltzera bultzatzen digu bai Chamorrok bai beste aditu batzuk. Modu honetan, geometria bezalako didaktika espezifiko baten garapenerako beharrezkoak liratekeen ezaugarriak zerrendatu ditzakegu:

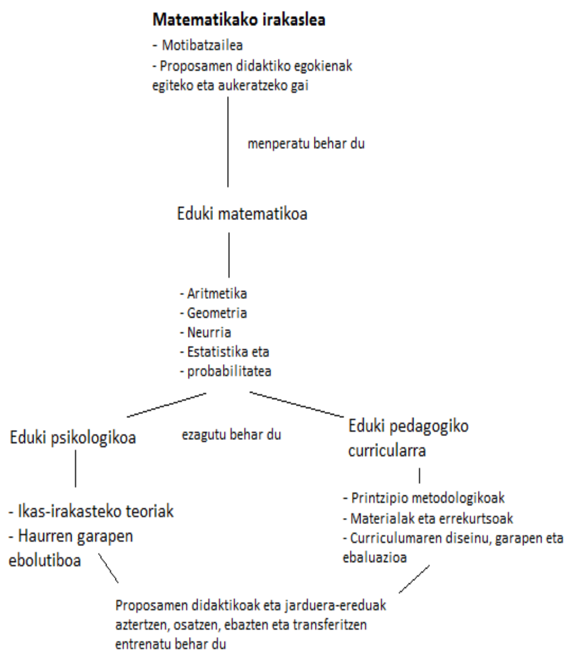
- Geometria dinamiko bat eta ez geometria estatiko tradizionala (Castelnuovo, D Amore).
- Geometria “interfigural”(irudi ezberdinen arteko erlazioak kontutan hartzen dituen geometria) eta “intrafigural” (irudi baten barruko erlazioak kontutan hartzen duena), irakaskuntza tradizionalaren ezaugarria den geometria “extrafigural” bat baino . Modu honetan, praktikan jar dezakegu geometria bat zeina oinarrizko geometria baten oinarrizko kontzeptuetara modu egokiago batean hurbilduko garen. (Piaget eta García, Vecino).
- Arrazonamendu geometrikoa kontutan hartzen duen dedukzioa, baina metodologia induktiboa erabiliz geometriaren garapena sustatzen duten materialak edo prozesuak erabiliz (Alsina et al).
- Geometria topologikoa, proiektiboa eta metrikoa erabiltzen duen didaktika (Vecino, D´Amore).
- Pertzepzioa, errepresentazioa eta eraikuntza bultzatzen duen geometriaren didaktika bat sustatzea (Alsina et al, Castelnuovo).

Aurreko ideiak garatzeko, interesgarria da Arrieta (2008) komentatzen diguna, izan ere irakasleek beren klaseak gidatzeko ze erizpide kontutan har ditzaketen baliogarria da jakitea. Arrietak honako hau esaten du: matematikaren didaktika egitura propioa duen arlo bat kontsideratzera garamala baina euren artean elkarrerlazionatuta dauden osagai ezberdinez osatua dagoela. Beraz, Lehen Hezkuntzako eduki matematikoa menperatua izateko edukien aukeraketetan maisu-maistrek erizpide hauek konbinatu behar dituela esaten du:

- Matematikoki esanguratsuak izan daitezela.
- Ikuspegi orokorra erakutsi dezatela.
- Motibatzaileak izan daitezela.
- Lehen Hezkuntzan aplikagarriak izan daitezela.
- Buruketen ebazpenen osagai sendoa eduki dezatela.

Ikasleek zehaztasuna, abstrakzioa eta dedukzioa landu behar dute eta edukin matematikoetan sakontze honek oinarrizko kontzeptuei argibidea emango dio ikasleari eta gai desberdinen arteko erlazioaren ezagupen egoki bat. Horrela alderdi nagusiak bereiztuko ditu eta ideia integratzaileak lortuko ere.

Arrieta (2008)-ren proposamen didaktikoa hurrengo irudian ikus dezakegu:



17.Irudia. Matematikako irakasleak jarraitu beharreko eskema.

Beraz, Proiektu hau egiterako orduan eta Matematikaren didaktikaren bai haurraren psikologian adituak diren hainbat autore kontsultatu eta gero, gehiengo batek adierazten dute Lehen Hezkuntzako mailarako dagoen irakasteko eta ikasteko modurik hoberena aurkikuntza gidatu batena dela, propietateen indukzioaren bitartez. Lan egiteko modu hau badirudi emaitza hobeagoak sortarazten dituela ikasleen ikaskuntzan eta hobeto finkatzen direla ezagutzak Lehen Hezkuntzako adina duten haurrekin bagaude, metodologia deduktiboak haur helduago batzuentzat utziz.

- Izaera deduktiboa eta induktiboa geometriaren didaktikan

  - Metodo deduktiboa

Metodo deduktiboa, método induktiboaren aurkakoa da, izan ere arrazonamenduan alderantzizko prozesua eramaten da. Metodo honen erabilera matematikaren didaktikan, antzinako Greziako filosofo desberdin batzuk lehenengo aldiz egin zioten erabilerari erantzuten dio, bereziki Aristoteles dugu filosofo horien artean.

Bere aplikapena batez ere metodo estrapolazioaren bitartez egiten da eta gaur egun arte, geometriaren alderdi gehienak metodo hau erabiliz frogatuak izan dira.

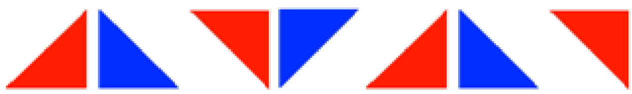
Prozedimendu hau erabiliz, ikasten dena orokorretik partikularrera eramaten da. Irakasleak kontzeptuak, printzipioak edo definizioak aurkezten ditu eta orduan, hauetatik ikasleek ¡konklusioak eta ondorioak ateratzen dituzte, edo kasu partikularrak aztertzen dira baieztapen orokorretan oinarriturik. Metodo hau oso baliagarria da kontzeptuak, printzipioak, definizioak, formulak edo legeak ikaslearengandik oso ondo bereganatuta daudenean, hauetatik dedukzioak sortzen direlako. Metodologia honen aldekoak direnak adierazten dute azalpen zientifko guztiak antolamendu logiko berdina eramaten dutela eta hau beti ere lege unibertsal batean oinarritua egongo dela eta honen ondoan, hasierako eragile batzuk agertuko direla zeinetatik afirmazio batzuk deduzituko diren (azaldu nahi den fenomeno baten gainean).

  - Metodo induktiboa.

Metodologia deduktiboan ez bezala, indukzioaren bitartez, Ikasten dena kasu partikularretatik aurkezten da eta zuzentzen duen printzipio orokorra aurkitzera iradokitzen da. Metodo aktiboa da. Esperientzian, partaidetzan eta gertaeretan oinarritzen da. Hau da, partikularretik orokorrera doa. Metodo hau egokia da printzipioak lortzeko eta hauetatik abiatuz metodo deduktiboa erabiltzeko. Metodologia honekin, hasieran galdera bat botatzen da eta horren ondorioz haurrak horren inguruan esku hartzen eta parte hartzen hasten dira aurrean duten arazoari erantzun bat bilatzeko asmoarekin. Modu horretan ariketaren garapena hasi egiten da gero eta galdera gehiago sortuz eta gaiari buruzko eztabaidak eratuz eta zuzenean ondorio berriak eraikiz.

Arrazonamendu induktiboa matematikaren tresna sofistikatu bat da zeina ume txiki batzuk ginenetik erabilia izan dugu gure garapenerako. Izan ere, arrazonamendu induktiboa erabiltzen dugunean, gure esperientziak eta behaketak erabiltzen ditugu ondorioak ateratzeko, etorkizunean gertatuko denaren inguruan. Umeak garenetik eta lehendabiziko aldiz objektu bat lurrera botatzen uzten dugunetik, objektu hura lurrera erori zela ikusi genuen eta patroi hori horrela jarraituko zuela erabaki genuen, edozein objektu izanda ekintza berdina egiten badugu ere; gauzak lurrera erortzen dira. Beraz, arrazonamendu induktiboa matematiketan gauza berriak deskubritzeko garrantzitsua da.

Adibidez, beheko irudian dugun diagramaren patroiak behatzen hasten bagara, goazen iradokitzera zeintzuk izango diren sekuentzia horren hurrengo hiru irudiak.



18.Irudia. Sekuentzia.

Hau erantzuteko beharrezkoa da ondorengo pausuak jarraitzea, hots, arrazonamendu induktibo bat behar dituen pausuak:

1. Lehenengo, irudiak behatu eta horien arteko berdintasunak eta desberdintasunak bilatu. Adibide honetan bi kolore daude, gorria eta urdina, eta bi koloreak txandakatzen direnak ere. Gainera irudi guztiak triangeluak dira eta dirudienez tamaina eta forma bera dute, soilik modu desberdinean biratuak daude.
2. Gero, lehenagotik egindako behaketa horiek orokortu. Gauzak orokortzen ditugunean, adibide batzuen gaineko behaketak hartzen ditugu eta suposatzen dugu

gainontzeko adibide guztiak modu berean funtzionatuko dutela. Kasu honetan, orokortzea esan nahi du patroi guztiak errepikatuko direla onartzen dugula. Adibidez kasu honetan, koloreak gorria eta urdina izaten jarraituko dutela eta txandakatzen jarraitzen joango direla beraien artean.

3. Orduan hurrengo pausuan, aburu bat sortzen dugu. Aburu edo uste hau ondorio bat lortzeko saiakera bat da, lehendik egin dugun orokortze horretan oinarrituz. Uste hauek ez dira baliozkoak edo okerrak bezalakoak frogatuak izan baina ontzat ematen ditugu. Adibide honetan, usteak eraiki ditzakegu ikusi ezin ditugun irudien kolorearen inguruan eta triangeluen orientzazioan.

4. Azkenik, egoera batzuetan, usteak erabil ditzakegu iradokizun bat egiteko hurrengo irudien gainean. Modu honetan, iradoki dezakegu hurrengo triangelua urdina izango dela, gero gorria eta gero urdina berriro.

Bi metodologia hauek kontutan hartzen baditugu*,* adibidez, Arrieta (2008) esaten duen moduan, egia da "eginda" dagoen matematika bat irakatsi ohi dela eta 1960. hamarkadan aldaketa nabarmen bat bultzatu zela Matematikaren irakaskuntzan, "matematika modernoa" eskoletan sartuz, baina egiturak irakasteko orduan dedukzioan eta abstrakzioan oinarritzen zen.

Chamorro (2011), Alsina (1989) eta Canals (1997) ere Arrietarekin bat egiten dute, esanez oinarrizko mailetan egin den geometriaren irakaskuntza kontzeptuen transmisioan oinarritua izan dela beti eta modu deduktibo batean eta irakaskuntza metodologia hura egokia ez zela ohartu dira. Beraz, autore hauek eta matematikaren didaktikaren inguruan egin izan diren publikazio desberdinetan egiten diren proposamenetan nabarian uzten digute beste metodologia bat erabili behar dugula Lehen Hezkuntzan eta horretarako Geometria intuitibo eta induktibo bat bultzatu nahi dute, errealitatean oinarritutako geometria, inguruko materialak eta printzipio metodologiko aurrerakoiak erabiliz, ikasleen ahalmen espaziala garatzeko. Bisualizazioa, orientazio espaziala, irudikapena, … muin amankomun baten alderdi ezberdinak dira eta Geometria oso aproposa da horretarako.

Alsina, Bugués eta Fortuny (1987) "aurkikuntza induktiboa" deitzen diote edo "Busqueda inductiva", material espezifiko batzuen erabileraren ondorioz, ikasleak arrazonamendu orokorren aplikazioa egin dezaketelako geometriaren ezagutzen gaineko ikerketetan.

Arrietak (2008) erakusten digun moduan, zientzia orotan gertatzen den bezala funtsezkoak dira arlo teorikoak baina Lehen Hezkuntzara begira gehiago interesatzen zaizkigu geometriaren aurpegi praktikoa azaltzen duten atalak, izan ere horien bidez lortutako aplikazioak, eguneroko bizitzaren hainbat arlotan islatzen baitira.

Castro (2001) bere liburuan argitaratzen duen moduan ere aurretik ikusitako Geometriaren teoria, axioma, … konplexu horiek Lehen Hezkuntzako ikasle gehienentzat ez dira aproposak, beraz irakaskuntza maila honetan gaudelarik eta geometria bezalako arloak erakusteko planteamendu esperimental eta intuitibo batera habiatu behar garela dio. Honen harira planteatzen du ikasleak ikaskuntza esanguratsu bat lortzeko bitartekaria "aurkikuntzaren bidezko ikaskuntza" gertatzen denean dela.

Adibidez, Ausubelen iritziz, ikasle baten ikaskuntza benetan sortzen da ikasleak kontzeptu edo fenomenoen orokortzera beraien kabuz ailegatzea lortzen dutenean. Haurraren ikaskuntza prozesua esanguratsua izan behar du eta ez memoristikoa, izan ere modu horretan ikasleak ikasi berri duen ezagutza ,lehenagotik zuen ezagutzara gehitzea eta ezagutza berri batean bihurtzea lortu dezake eta hori batez ere lortzen da ikasleak arrazonamendu induktibo bat aurrera eramaten duenean.

Brunerren hitzetan ere dugu matematikaren kontzeptuen ikaskuntza gauzatzen dela batez ere, jarduera sinpleetatik habiatuz ikasleak manipulazioak egin ahalko dituztenean ondoren printzipio eta erantzun matematikoak aurkitzeko. Aldi berean, pertsona baten ikaskuntza, ezagutza konkretuenetatik abstraktura doala azaltzen digu, zeina egungo irakaskuntza matematikoak objektu konkretu batzuetaz baliatuz lan egitera bultzatzen digu, manipulazioa, aurkikuntza … eginez abstrakziora pasa baino lehen.

Modu honetan, aurreko autoreek esandakoarekin bat eginez eta Arrietak (2008) bere liburuan azaltzen digun moduan, zer ulertu daiteke matematikaren didaktikari buruz hitz egitean? Esperientziak.

"Gure esperientziak zera erakusten digu, ez dagoela benetako ikaskuntza didaktikorik ikasle berak ez baditu egoera hauek bizitzen" Arrieta (2008).

Honela ba, irakas-ikaskuntza esperimental eta intuitiboa lortzeko bidea materialen erabilpenaren laguntzaz aurkitu dezakegu.

1.3.2 Material didaktikoak

Ikasgela batean erabil ditzakegun material manipulagarriak ez digute soilik baliagarriak suertatuko ikuspuntu esperimental batetik ezagutzen baditugu, hau da, garrantzitsuena da jakitea material hauek haurren lehenengo trebetasun mentalak garatzeko lehenengo bideak izango direla. Izan ere, material didaktikoen erabilpena haurrei errazten die hobeto asimilatzera eta finkatzera matematikako alderdi guztietan aurkitu daitezkeen kontzeptu eta ideiak. Hau gertatzen da berez material horiek duten zehaztasun fisikoarengatik eta aldi berean haurren garapen kognitibo bakoitzarentzat egokituak daudelako.

Ikasgela batean erabil ditzakegun materialak anitzak izan daitezke geometriaren atala lantzerako orduan:

- Material fisikoak: Geoplanoa, Tangram, mosaikoak, laberintoak, puzleak, buruhausteak, pentaminoak, ispiluak, pantografoa, konpasa, erregela- eskuaira- kartaboia- garraiatzailea, gorputz geometrikoak, polydron, polikuboak, lur globoa, rubik-en kuboa, eta abar.
- Papera eta arkatza.
- Softwareak.

Beraz, material manipulagarria ere bere bertsio digitala badu, softwareak, zeina lagungarria da fisikoki matterialik eskuratu ezin dugunean.

- Softwareak

Hohenwarter (2011) aldizkarian agertzen den bezala, teknologien erabilera gaur egun irakaskuntzaren zati handi batean bilakatu da. 80ko hamarkadaren eta 90eko hamarkadaren hasieran teknologia berriak eskuragarriak egiten hasi zirenean iragarri zen ordenagailuak azkar bihurtuko zirela matematikaren irakaskuntza-ikaskuntzarako baliabide osagarria. Dena den, ikaskuntza matematikorako IKT baliabideen integrazio prozesua eskoletan espero zena baino mantsoago ibili da orain arte, baina orain teknologia erabileren hedapenak norabide berri bat hartu du, alde batetik komunitatean oinarritutako gizarte sareen elkarlanarengatik, eta bestetik software libreak eskuratzeko posibilitatea izateak.

- Geogebra software librea

Geogebra programa 2002 urtean jaio zen Markus Hohenwarter garatu zuen “tesis doktoral”-aren eskutik , Salzburgoko Unibertsitatean.

Momentu horietan baziren matematikaren irakaskuntzarako hainbat programa: CAS (Computer algebra Systems) Derive izeneko programa bezalakoa eta DGS (Dynamic Geometry Software), Cabri, Cinderella, Euklid Dynageo, Geometer´s Sketchpad, Geonext , Ruler eta Compass programak. Beste alde batetik, baziren kalkulagailuak , TI_92, zeinak aurreko bi sotware moten ezaugarriak batera hartzen zituen, baina kapazitate bisual baxuarekin. Modu honetan, programa guzti hauen abantaila guztiak elkartuko dituen Geogebra softwarea sortu zen, zeina alde grafikoa eta algebraikoa ikus dezakegu matematiken irakaskuntza- ikaskuntzarako eta batez ere geometriaren ikaskuntzarako.

Lasa eta Wilhelmi (2013) artikuluan Geogebra softwarea Lehen Hezkuntzako eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako irakasleentzako gida aurkezten digute. Geogebrak hainbat tresna eskeintzen dizkigu geometria, algebra, funtzio teorikoak eta abar bezalako nozio matematikoen aspektu guztiak lantzeko eta haurraren garapen integratu bat lortzeko. Gainera azkenaldian irakasleen graduen irakaskuntzan integratua izan dela adierazten digute.

Hori jakinda, bi autore hauek haurrekin matematikaren jardueretan softwareak erabiltzeko hiru momentu badirela adierazten digute: esplorazioa, ilustrazioa eta demostrazioa.

- Esplorazioa: Geogebrako software dinamikoa modelo esploratzaileak eraikitzeko aukera ematen du hainbat ariketa eta arazoen inguruko erantzunak bilatzeko. Modelo hauek irudi geometriko baten edo ordurarte ezagutu gabeko eraikuntza baten propietateak inferitzeko balio du. Helburua eraikuntza bat diseinatzea da non haurrak eraikuntza horren manipulazioa egin eta gero propietate batzuk ondoriozta ditzan.

- Ilustrazioa: Momentu honetan, eraikuntza bat aurkezten da zeinean emandako propietate baten egiaztakotasuna erakusten den. Eraikuntza hau eredu manipulatzaile gisa balio du eta bere erabilera arbela digitalaren erabilerarekin osagarria izan daiteke.
- Demostrazioa: Tradizioz geometriako edozein propietate arbelean egindako pausoz pauso ikasi egin da. Hala ere, betiko arbela horiek ordezkatuak joaten izan dira arbela digitalen eta geometria dinamikoago bat egiten duten softwareen bidez, baina baten erabilpena bakarrik egitea ez dituela arrazonamenduaren alderdi guztiak betetzen. Honela ba, irakaslearen lana da egoera batzuk sortaraztea non bi arrazonamenduak elkarrekin doaz; geometriako softwareen bitartez gara daitekeen arrazonamendu induktiboa eta arrazonamendu deduktiboa bezalako papera eta arkatzaren erabilera egitea biak elkarrekin, matematikaren propietateak bereganatzeko.

- Gauss proiektua

Losada (2010) Cantabriako Geogebrako institutuaren fundatzaileetako bazkidea eta proiektuaren koordinatzailea dena, bere artikuluan esaten digun bezala, Gauss proiektua Hezkuntza teknologien institutua (ITE) aurrera eraman duen proiektu bat da non Lehen Hezkuntzarako zein Derrigorrezko bigarren Hezkuntzarako jarduera anitzak biltzen diren. Bertan matematiketan lantzen diren eduki ezberdinak irakasteko-ikasteko eraikuntzak aurkitzen ditugularik, sortutako eraikuntza guzti horiek Geogebra programaren bitartez eginak daudelarik. Modu honetan, Hezkuntza Teknologia Institutoa, Gauss proiektua, eskola 2.03 programaren zati bat bezla sortu du. Bertan ehundaka item didaktikoak aurkitu ditzakegu bai Lehen Hezkuntzari, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzari, baita batxilergoari zuzenduak direnak. Gainera sortu dituzten item hauek bi modutan erabiliak izan daitezke: arbela elektronikoan eta ikasleen banakako ordenagailuetan. Orokorrean jarduera bakoitzak Geogebra programarekin sortu den eraikuntza bat dauka eta horrekin batera gaiari buruzko edo eraikuntzari buruzko sarrera bat, nola erabiltzen denari buruzko instrukzio batzuk eta galdetegi bat, azkeneko hau bereziki ikasleek eraikuntza manipulatzeko aldez aurretik eta gero galdetegia erantzuteko. Dena den, nahiz eta hezkuntza etapen arabera ariketak sailkatuak egon, orientatiboa da.

Honelako jarduerak ikasgela batean erabiltzearen arrazoia eta pedagogiaren ikuspuntu batetik, Freudenthal eta ondorengoen ideietatik habiatuz, Gauss bezalako proiektuekin matematikaren hezkuntzarako beharrezkoak ditugun hiru oinarrizko printzipio aurkitu dezakegu: ekintza, konpetentzia eta komunikazioa.

- Ekintzak (ikasleak protagonistak dira). Ekintzek uzten diote ikasleari hurbiltzen matematikak dituen erlazio abstraktuei bisualizazio interaktibo eta *feedback*–aren bidez, material dinamiko eta manipulagarriak erabiliz gero. Modu honetan, errealitate fisikoa eta ideia mentalak erlazionatzen direlarik. Edukien aldetik, prozedura algoritmoei eskeintzen zaien denbora murriztea proposatzen da beste ezagutza matematikoak nagusitzen, aberasgarriagoak direnak eta aldi berean kreatiboagoak eta polifazetikoagoak.
- Konpetentziak: planteamendu matematikoa eskatzen duten jardueren aurkezpena.
- Komunikazioa (ideien eztabaidak egitea).

Linea pedagogiko hauek hurrengo aspektu metodologikoekin batera doaz. Oso ezagunak eta orokorrak izan arren, zaindu behar diren alderdiak dira eta batez ere, jarduerei ahalik eta etekin gehien ateratzeko.

- Ikasleen ideiak eta lana baloratzea.
- Ez utzi ikasleek ondorioak ateratzen aldez aurretik beraien aldetik behaketa, manipulazioa, aurkikuntza,… bat emane z bada.
- Ondorioen idazketa sustatzea.
- Lanaren autonomia sustatzea, autoestima eta erantzukizuna, estrategia pertsonalak eta metodo alternatiboak.

2.PROPOSAMENA

2.1. Sarrera

Behin geometriako edkuki matematikoa nolakoa den ezagututa, haurraren garapen psikologikoa eta matematikaren didaktikan egun proposatzen diren metodologia berritzaile baten erabilera ardatza hartuz, hau da metodologia intuitibo eta arrazonamendu induktiboa bultzatzen duena, proiektuaren puntu honetan ikasgela batean matematika saioetan geometria lauaren atala lantzeko hainbat jardueren proposamena egin da material digital konkretu baten erabilpenaren bitartez, Geogebra softwarea.

Geogebra programarekin lantzea erabaki da arrazoi ezberdinengatik:

- Aukera anitzak eskaintzen dituen softwarea delako (geometria, algebra eta kalkulua aldi berean integratuak ditu).
- Oso erabilgarria delako bai ikasle baita matematikako irakasleentzat eta erraz erabiltzekoa da.
- Software librea da.

Lehen Hezkuntzako ikasturte guztietan bi geometria mota lantzen dira, alde batetik geometria laua eta bestetik geometria tridimensionala, baina aurrera eramango den proposamen honetan bakarrik geometria laua dituen ezaugarriekin landuko da. Honela ba, garatu diren jarduera guztiak Lehen Hezkuntzako 3. zikloarentzat diseinatuak izan dira. Horretarako ere, Nafarroan dugun Lehen Hezkuntzako curriculumean agertzen zaizkigun ziklo honetarako edukiak kontutan hartu izan dira:

3. zikloa

3. multzoa. *Geometria*

Planoko eta espazioko kokapena, distantziak, angeluak eta biraketak

– Angeluak posizio desberdinetan.

– Koordenatu kartesiarren sistema. Posizioak eta mugimenduak koordenatuen, distantzien, angeluen, biraketen eta abarren bidez deskribatzea.

– Espazioaren oinarrizko irudikapena, eskala eta grafiko errazak.

– Marrazketako tresnak eta programa informatikoak erabiltzea forma geometrikoak eraiki eta aztertzeko.

Forma lauak eta espazialak

– Triangelu bateko aldeen eta angeluen arteko erlazioak.

– Irudi lauak eta gorputz geometrikoak eratzea, beste batzuen konposizio eta deskonposiziotik abiatuta.

– Forma geometrikoak deskribatu eta irudikatzen direnean zehaztasunez aritzeko interesa.

Erregulartasunak eta simetriak

– Irudietan eta objektuetan simetriak ikustea.

– Irudi lau bat, emandako elementu bati dagokionez beste batekiko simetrikoa, egitea.

– Antzekotasunari buruzko oinarrizko jakitea: handitzeak eta murrizteak.

Esan bezala, proposatu diren jarduera guztiak haurrek arrazonamendu induktibo bat gara ditzaten eraikiak izan dira, marko teorikoan ikusi dugun Van Hielek proposatzen duen lan egiteko modua ardatza hartuz eta softwareak bezalako material didaktikoen erabilpenean ikusi ditugun hiru momentuen esplorazio momentutik habiatutako jarduerak diseinatu dira batez ere. Beraz, jarduera guztietan gutxi gora behera dinamika berdin bat eraman da.

Modu honetan, aldez aurretik irakasleak Geogebra programan material bat eraikiko du (berak eraiki ditzakeenak edo Gauss Proiektuan bezalako plataformekin baliatuz ideiak hartu ditzakeenak eraikuntzak sortzeko). Honela, jarduera guztietan dinamika berdintsua jarraitzen delarik, hau da, irakasleak nahi dituen eraikuntzak sortuz, haurrei horiek eskura jartzen die saio bakoitza hasterakoan eta informazio horrekin bakarrik haurrek behatzen eta esperimentatzen hasiko dira, gero guztiok batera ondorio eta matematikako arau propioak ateratzen hasteko irakaslearen laguntza dela medio (ikasleak gidatuz galderekin, inoiz ez erantzunik ematen).

Beraz, hurrengo proposamenean garatu diren jardueretarako kontutan hartu izan diren helburuak hauek dira:

- Geometria dinamikoago bat eskaintzea ikasleei estrategia ezberdinak gara ditzaten programa informatiko baten erabileraren bitartez.
- Haurrentzat kontzeptu berriak ezartzea eta propietate ezberdinen jabetzea modu esploratzaile batean batik bat.
- Ulermena sustatuko duen jarduerak nabarmendu nahi izan dira memorizazioa alde batera utziz. Marko teorikoan ikusi dugun moduan ideia berriak bereganatzeko modurik hoberena da ikasleek bere kabuz egoera abstraktu konkretuen ebazpenak egitea.

2.2. Proposatutako jarduerak

2.2.1 *Geogebra programa ezagutzeko jarduera*

- 1.Jarduera: Geogebra ezagutzen

Hasierako jardueran haurrak Geogebra programa ezagutzeko diseinatu da, berez jarduera hau ez da eduki matematikoak ikasteko, baina hurrengo jardueretan erabili eta landuko den softwarearen ezagutza jakitea ezinbestekoa da.

Softwarearen erabilera ikasteko bi atal bereiztu dira jarduera honetan.

1. Atala:

Modu honetan, hasiera batean programa ezagutzeko, irakasleak arbela digitalaren bitartez aurkeztuko die programa. Geogebra softwarearen atalak erakutsiko dizkie, zertarako balio duen eta zer egin daitekeen programarekin. Honela, bere funtzionamendua eta bertan aurkitu daitezkeen tresna guztien erabilera nolakoa den erakutsiko die. Baina irakasleak dena esan aurretik, hasieran haurrei bakarrik utziko die programarekin salseatzen, batik bat hurrengo saioetarako beharrezkoak diren tresnak beraiek bakarrik ezagutzen hasteko. Hori egiten duten bitartean irakaslea galderak egiten joango da eta hainbat eraikuntza edo marrazki sortzen joango da pausuz pausu nola egiten den erakutsi ahal izateko.

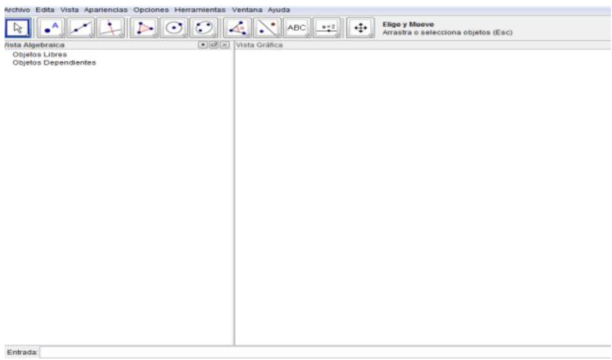
Irakaslearen azalpena:

- Geogebra irekitzerakoan leio bat agertzen zaigu. Ze atalak ikusi dituzue? Zertarako balioko dute atal bakoitza? Probatu dituzue guztiak?

(4 eremu bereiz ditzakegu: Herramientak/ tresnak, algebra leioa, eremu grafikoa eta sarreren eremua).

- Jakin duzue tresna bakoitza zertarako balio zuen? Eta hori erabiltzen jakin duzue? Nola?

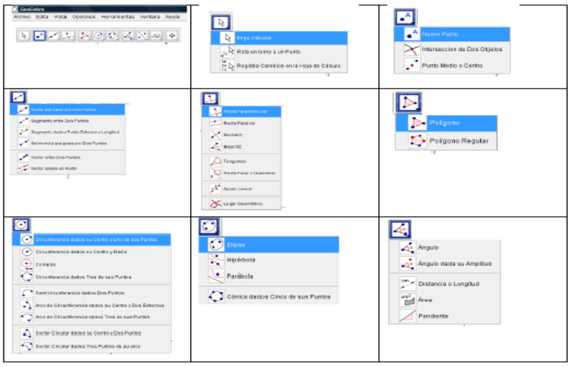
Galdera hauen bitartez guztiok batera ikusiko dute nola erabiltzen den tresna bakoitza eta horiekiko saiakuntzak egiten joango dira.



19. irudia. Geogebraren hasierako leioa.

Ordenagailuko arratoia erabiliz gero eta tresnen alderdira joanda, eremu grafikoan eraikuntzak sortu ditzakegula ikusiko dute eta sortu dugun irudi horren koordenatuak edo ekuazioa leio algebraikoan sortzen joaten direla ere ikusiko dute.

Sarreren eremuan aldiz, ekuazio, funtzioak, koordenatuak, … zuzenean jarriz gero eremu grafikoan horrekiko sortzen den irudia agertuko direla ere erakutsiko zaie. Dena den, garatuko diren hurrengo jardueretarako eremu grafikoan eta tresna eremuan arituko garela azalduko zaie.



20.irudia. Tresnak eremuaren ibilbidea.

2. Atala:

Beraz, jardueraren bigarren atalean, ikasleek beren ordenagailu propioan beraien kabuz programa manipulatzeko tarte gehiago eskaintzea izango da eta beraiek nahi dituzten botoiak zein eraikuntzak egiteko erabiliko dute.

2.2.1 *Planoko eta espazioko kokapena, distantziak, angeluak.*

- 2. jarduera: Segmentuak eta luzerak plano batean.

Lehen hezkuntzako azken ziklo honetan baliagarria izango da aurreko zikloetan ikasitako kontzeptuak oroitzea eta errepasatzea, izan ere akats gutxiago sortuko dira ezagutzen aldetik. Beste aldetik, lehenengo jarduera honetan landuko diren segmentu eta luzera kontzeptuekin, ikasleek hobeto ezagutuko dute hurrengo jarduereetan ikasiko diren poligono erregularretarako ezinbestekoa dela segmentuen arteko berdintasun erlazioa ulertzea. Beraz, proposatzen den lehenengo jardueran aurretik bereganatutako kontzeptuak sendotzea izango da hasierako helburua.

Aldi berean proposatzen den jarduera hau oso egokia izango da ikasleen arrazoiketa espaziala garatzeko bere kabuz esperimentatzen doazen heinean eta lortu dezakegu ikasleak hizkuntza matematiko abstraktu gehiago gehitzea aurretik dituen ezagutzetara, paralelak, zuzen ebakitzaileak eta perpendikularren hiztegia bezalakoak, modu natural batean.

Ikasleak ariketa honen bitartez, lortu dezakegu puntu batetik pasatzen den zuzen bat egitea; bi puntuetatik igarotzen den zuzena eraikitzea; zuzen perpendikularra egitea beste zuzen batekiko; zuzen batekiko paraleloak egitea eta beste zuzen batekiko erdibitzaileak egitea. Aldi berean, zuzenen arteko distantziak kalkulatzea ere lortu dezakegu.

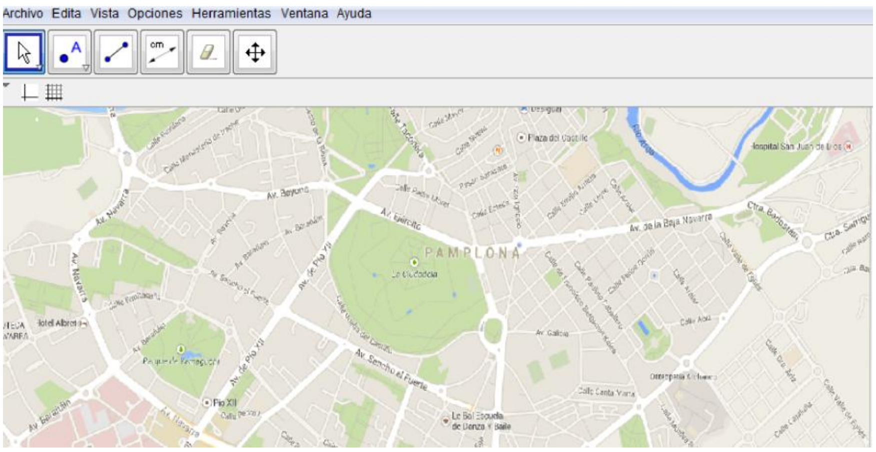
Aurre ezagutzak

- Posizioen eta mugimenduen deskribapena ingurune topografiko batean.
- Lerroak ibilbide gisa: zuzenak eta kurbatuak, zuzenen ebakidura eta zuzen paraleloak.

Helburuak

- Bi segmentuen arteko erlazioak bilatzea (berdintasun eta ezberdintasun erlazioak, paralelotasuna, perpendikulartasuna, zuzenen ebakidura).
- Bi segmentuen arteko distantzia ezberdinak ezagutzea eguneroko esperientzia erreal baten bitartez.
- Elkarren arteko argudiatze eta ondorio propioak ateratzea .

Jarduera aurrera eramateko, irakasleak irudian ikusten dugun ariketa aldez aurretik prestatuko du Geogebran. Ariketa honetan Geogebra programan Iruñako kaleetako zati baten planoa txertatuko du adibidez, ikasleek ariketa hau beren eguneroko esperientzia errealarekin erlaziona ditzaten eta segmentua eta leku batetik besterako distantziaren kontzeptuak loturik daudela ohartarazteko. Honekin batera, irakasleak goiko aldean segmentuaren eta luzeraren tresnak utziko dizkio eskura ikasleari.



21.Irudia. Irakasleak prestaturiko materiala.

Ariketari lotuta galdetegi bat sortzen joango da ikasleek beraien artean eztabaidatzen doazen heinean. Beraz, ariketa modu induktibo batean gidatu nahi denez, irakasleak ikasleei emango dien material bakarra hori izango da eta ez du inongo argibiderik emango. Haurrari esango zaion gauza bakarra materiala erabiltzen hasteko izango da. Honela ba, haurrek materiala aurrean dutelarik beraien kabuz hasiko dira esploratzen zer egin ote dezaketen aurrean dutenarekin, lehenago marko teorikoan aipatu den esplorazio fasean dagoelarik.

Hasiera batean, haurrek bere kabuz eta bakarka esperimentatzen hasten direnean segmentuaren kontzeptua errepasatzen joango dira, honela segmentu berdinak, distantziak eta segmentu mota ezberdinak aurkitzeko estrategien erabilpena jokoan jartzen zaie ikasleei. Jarduera aurrera doan heinean, irakaslea ikasleekin elkarrizketa bat sortzen has daiteke haurrek beraien artean pixkanaka ondorioak ateratzen hasteko.

Modu honetan, zer egin duten galdetzen bazaie haur batzuk hasiko dira esaten planoaren gainean hainbat puntu markatu dituztela eta segmentuen bidez lotu dituztela, prozedura hori hainbat alditan jarraitu dutela esan dezakete eta batzuetan ere leku batetik besterako distantzia zein den kalkulatu dutela. Modu honetan, konturatuko dira neurri ezberdinetako eta ezaugarri ezberdinetako segmentuak lortu dituztela, Ikasle batzuk beharbada segmentu solteak baino ez dituzte irudikatuko, aldiz beste batzuei segmentuak gurutzatzea bururatu ahal zaie eta hori komentatzea, edo bi zuzen bata bestearen gainean jarri dutela, edo puntu bakarra duen zuzena egitea lortu dutela,… beraz segmentuak sailkatzen has daitezke. Gainera irakasleak hori jakinda, bi segmentuen arteko posizio erlatiboei buruz galdetzen hasten bada ikasleek beren marrazkia zein gainontzeko gelakideen ariketa ikusita ondorioztatuko dute bi segmentuen artean paralelak eta perpendikularrak sortu ahal direla.

Behin segmentuekin aukera guztiak egin dituztela ohartaratzen direnean, elkarrekin bere sailkapena egingo dute eta paperean apuntatuko dituzte jarduerari amaiera emateko.

2. Partea

Eraikuntza hau aprobetxatuz beste eduki matematiko bat ere irakatsiko zaie ikasleei, izan ere mapa baten erabilerarekin ardatz kartesiarraren ezagutzak gehitu ditzakegu. Modu honetan, ikasleek zuten hasierako eraikuntza berdinari ardatz kartesiar bat gehituko zaio eta hasieran ez zaie ezer esango. Geroago honako galdetegi bat prestatuko zaie ikasleek hasieratik horren erabilera zertarako den pentsatu dutenaren ondoren erantzuteko.

- Badakizu zer diren agertu diren bi zuzen perpendikular horiek maparen erdialdean?

.- Zerbait egin duzu horrekin?

- Zergatik dituzte zenbakiak? Zer funtzio beteko dute?

- Lotu dezakegu eguneroko esperientzia gehiagorekin?

Helburuak:

- Puntu baten ardatz kartesiarra ezagutzea.
- Puntuak plano batean errepresentatzea.
- Ardatz koordenatuetan puntuak interpretatzea.
- Koordenatu geografikoak ezagutzea.
- Ikasitakoa eguneroko bizitzan aplikatzen jakitea.
- Elkarlanean aritzeko gaitasuna izatea.

- 3. jarduera: Angeluak

Aurretik landutako jarduerak orain proposatuko den jarduerarako erabilgarria suertatuko zaigu, izan ere 3. jarduera honetan angelu motak eta bere ezaugarriak ikasteko proposatua izan da eta kontzeptu berri hauek ikasleak uler ditzan, horretarako aurretik segmentu moten ezagutzak beharrezkoak ditu.

Aurre ezagutzak:

- Segmentuak, puntuak, distantziak eta horien arteko erlazioak jakitea.

Modu honetan lortu nahi ditugun helburuak hauek dira.

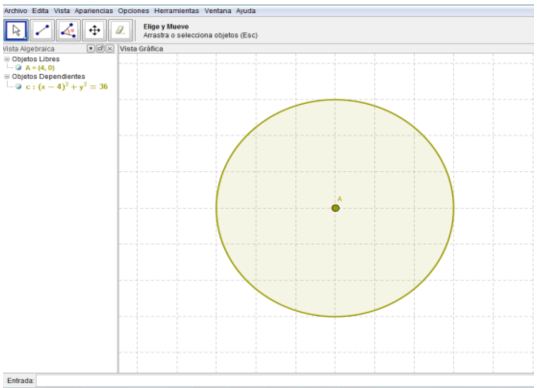
Helburuak:

- Bi segmentu puntu amankomun bat dutenean angelua sortzen dela jakitea.
- Angelu mota ezberdinak marraztu, ezagutu eta bereiztu okupatzen duten zabaleraren arabera.
- Angeluen sailkapen bat egitea eta horiek identifikatzen jakitea (angelu zorrotza, zuzena eta kamutsa).
- Eguneroko esperientzian aurkitu dezakegun egoerekin angeluak identifikatzea

Beraz, angeluen ezaugarriak eta motak ezagutzeko zirkunferentzia baten erabilpena egin dezakegu Geogebra programaren erabilerarekin. Modu honetan, zirkunferentzia honen atzealdean irudi kuadrikulatua ezartzen badugu, geoplano zirkular baten antzera erabil dezakegu ariketa. Zirkunferentzia batean erraza da angelu zuzenak identifikatzea, izan ere kuadrikularen erpinak kontatzen joatea baino ez dugu, gainera ikasleek eraikitzen joaten diren angeluen zabaleran arreta jarriko dute ikusteko ea marraztu berri duten angelua angelu zuzena den edo ez jakiteko. Aldiz, zirkunferentzia ordez, adibidez karratu formako eraikuntza bat erabiltzen bada erreferentzia hori errazago galduko zen.

irakasleak prestatuko dien materiala: Geogebran zirkunferentzia bat egingo du eta zirkunferentziaren erdigunea ere markatuta utziko du. Goiko aldean eskura jarriko dituen tresnak segmentua eta angeluak neurtzeko tresnak izango dira. Honekin batera irakasleak beste botoi bat eratuko die zirkunferentziaren ondoan (erakutsi/izkutatu botoia) eta horri emanez gero zirkunferentziaren barruko ardatz kartesiar bat agertu eta desagertuko da.

Hasiera batean haurrei ardatz kartesiarra ez duen zirkunferentzia utziko diegu (ikusi beheko irudia) eta sortutako eraikuntzan modu librean aritzeko eskatuko diegu, baina momentuz erakutsi/izkutatu botoia sakatu gabe. Modu honetan, haurrak segmentuaren tresna erabilita zirkunferentzia barrutik edo kanpotik segmentuak osatzen joango dira. Baliteke lehenengo ariketa honekin haurrek berez angelurik ez sortzea eta poligonoak marrazten hastea edo berez jarduera honetan irakasleak dituen helburuetara ez iristea, baina badaezpada galdetuko zaie jolas librean zer egin duten, ze agian baten batek ariketa angeluekin lotzea imajina dezake eta hortik aurrera eztabaidak sortzen hasi.

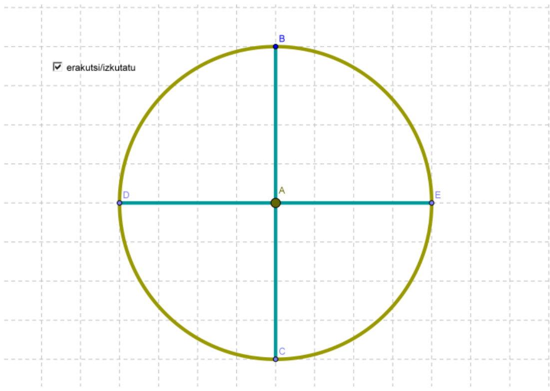


22. irudia. Hasierako eraikuntza.

Hasieran beraz lortu ez badute angeluekin lotzea ariketa, segmentuak eratzeko zirkunferentzia horren erdiguneko puntua beti erabili beharko dutela adierazi ahal zaie

ikasleei, beraz erabili behar dituzten tresnekin (segmentua) zirkunferentziaren erdigunetik pasa behar dela jakingo dute eta oraingoan bi segmentuak lotzerako orduan zirkunferentziaren erdiguneko puntua zer adierazi dezakeen galdetu ahal diegu, beraz angeluen erpinekin erlazionatzen dutela esaten has daitezke eta hortik aurrera zabalera ezberdineko angelu mota ezberdinak egingo dituztela ohartzen eta esaten hasiko dira. Beraz, irakasleak angelu mota ezberdinak ikusi dituztela esaten dutenean horien sailkapen bat egiteko eskatuko die ikasleei, beraz marraztu duzunarekin zenbat angelu osa ditzakezu bi segmentu erabiliz? motatako galderekin.

Galdera honi erantzuteko ere irakasleak eraiki duen jardueran “mostrar” tresnan zirkunferentzia barruan ardatz kartesiar bat azalduko den irudia ezkutatzen badu eta ikasleei hori erabiltzeko eskatzen badie errazago suerta dakieke ikasleei koadrante bakoitzean angeluak egiten dituzten bitartean sailkapena egitea, izan ere beti honakoa gertatzen da:



23.irudia. Zirkunferentzia ardatz kartesiarrarekin.

- Angelu zuzena eratzen da koadrante justu bat barne hartzen badu.
- Angelu zorrotza eratzen da koadrante bat baino gutxiagoko zabalera baldin badu.
- Angelu kamutsa eratzen da koadrante bat baino gehiagoko zabalera baldin badu.
- Angelu laua eratzen da ardatz kartesiar bakoitzaren luzera kontutan hartzen badute.

▪ 4. jarduera: zuzen paraleloen arteko angeluak

Behin angelu motak eta zuzen motak eta horien arteko ezaugarriak eta erlazioak ezagututa bien arteko ezagutzak lotu ditzakegu proposatzen den hurrengo jarduera honetan.

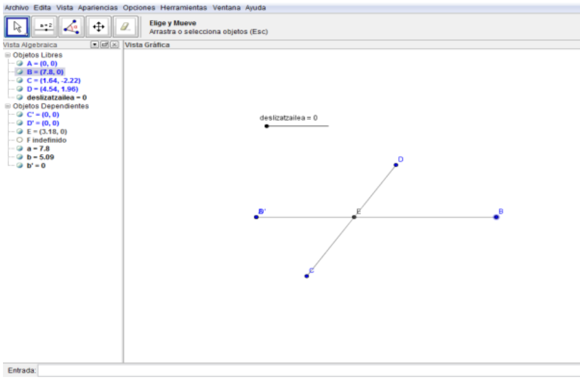
Aurre ezagutzak:

- Zuzen ebakitzailea eta zuzen paraleloak ezagutzea.
- Angelu motak ezagutzea.

Helburuak:

- Bi zuzen paraleloen eta horien arteko angeluen erlazioa aurkitzea.
- Barne eta kanpo angeluak bereiztea eta horien artean erlazio bat aurkitzea.

Ikasleei ondorengo irudian ikus dezakegun eraikuntza eraikiko zaie geogebran. Bertan bi zuzenen arteko ebakidura marraztu*ko* zaie eta deslizatzaile tresna bat ezarri*ko* zaie, azkeneko hau mugituz gero paraleloa den beste zuzen bat aterako delarik. Honekin batera angeluak kalkulatzeko tresna ere eskura jarriko zaie.



24.irudia. Hasierako eraikuntza.

Modu honetan, ikasleek esploratzen hasiko dira zer egin dezaketen ariketa horretan. Zihurrenik egingo duten lehenengo gauza da ohartzea bi zuzen ebakitzaileak direla eta deslizatzaile tresna ukitzea izango da hurrengo pausua beraz, zuzen paralelo bat ateratzen dela ikusiko dute, aurreko jardueretan ikasia dute eta. Beraz irakasleak galderak planteatzen has daiteke elkarrizketa bat sustatzeko ikasle guztien artean:

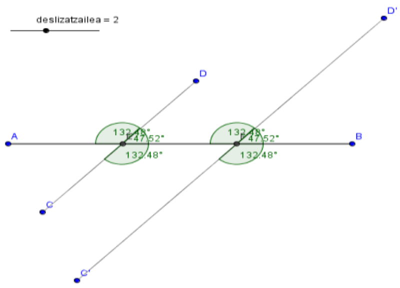
- Zer ikusi duzu gertatzen dela?
- Nolakoak dira hasierako bi zuzen horiek deslizatzaileari eman aurretik?
- Zergatik nahiko dugu paraleloa den beste segmentu bat agertzea?

Bigarren galdera hau planteatuz ikasleari aurreko hipotesi batzuk ezartzera bultzatzen diogu eta erlazionatzera aurretik ikasi dituzten ezagutzak. Honela, haurren bat ohartu daiteke angeluak sortzen direla aurreko jardueran ikasia duten bezala, eta goiko botoian angeluak neurtzeko tresna dutenez hori erabiltzen hasten hasiko dira eta behean ikusi dezakegun taula osatzen joango dira.

1. Taula. Angeluen neurriak.

	1. Angelua-ren neurria	2 Angelua-ren neurria	3 Angeluar-en neurria	4 angeluaren neurria
1. Zuzen paralealoa				
2. .Zuzen paraleloa				

- Erlaziorik aurkitzen duzu kalkulatu berri dituzun angeluetan? Non?
- Nolakoak dira angeluak?
- Nolakoak dira bi paraleloen arteko barne angeluak? eta kanpokoak?
- Bi zuzen paraleloen posizioa aldatuz zer gertatzen da? erlazio bera mantentzen da?
- Ze arau sortu dezakezu honen inguruan?



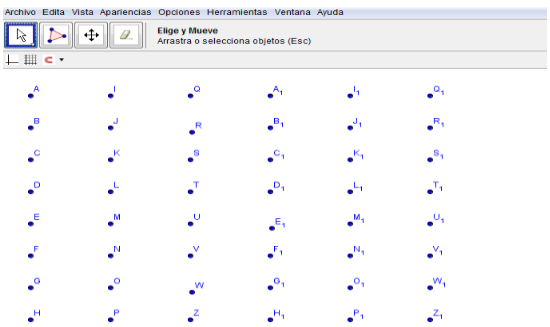
25. Irudia. Ikasleek egiten joango diren ariketa.

2.2.2 *Irudi lauak*

- 5. jarduera: poligono erregularrak ezagutzen

Poligono erregularren ikasketa burutzeko, Geoplano material fisikoaren moduko eraikuntza bat prestatuko zaie ikasleei Geogebra programaren bitartez. Horrelako ariketak oso erabilgarriak suertatzen dira ikaslea hasieratik ohitu dadin irudi geometrikoak posizio anitzetan ikusten.

Esan bezala, eraikita utziko zaien materiala geoplano karratu baten itxurako irudia izango da eta tresna bezala poligonoak sortzeko botoia.



26. irudia. Geoplanoa.

Honela ba, lortu nahi den helburua hauek dira:

- Poligono erregularrak eraikitzea, aurkitzea eta sailkatzea modu esploratzaile batean (triangelua, karratua, paralelogramoak, …).
- Irudi lauak, beste batzuen konposiziotik eta deskonposiziotik habiatuta eraikitzen jakitea.
- Forma geometrikoak zehaztasunez deskribatzeko gai izatea.

Jarduerararen hasieran, metodologia induktiboa erabiltzen den edozein jardueran bezala, beharrezkoa da haurrek modu librean esploratzen eta manipulatzen hastea aurrean duten materiala, horrekin trebatu dadin eta aurkezten dituen posibilitateei etekin handiena ateratzeko.

Geoplanoa aurrean dutelarik beraz lehenengo joku libre honetan nahi dituzten irudiak eta formak eraikitzea utziko zaie askatasun osoz.

Hurrengo fasean ordea, formak ezagutzera bideratua egongo da proposamena, taldeka alde kopuru ezberdinetako forma geometrikoak eraikitzeko hain zuzen ere. Hori egiteko bi aldeko poligonoak egitea eskatuko zaie eta hortik haurrera alde bat gehiago gehitzen joan beharko direla ohartuko dira, izan ere berehala konturatuko dira bi aldeko poligonorik ezin dela sortu. Beraz, hiru alde, lau, gero 5, sei, … dituzten irudiak eraikitzen hasiko dira. Poligono ezberdin asko egin dituztelarik irakaslea poligono horiek nola sailka ditzaketen eskatu ahal die eta ziurrenik haur batzuei poligonoen sailkapena egiteko alde kopuruei erreparatu behar dietela ohartuko dira, beraz aldeen araberakoa izan daitekeela proposa dezakete, ze aurretik bi segmentuei alde bat gehiago ipini behar izan badiote lehenengo poligono mota sortzeko eta gero beste bat beste poligono ezberdin bat eraikitzeko, orduan modu horretan sailkapena egiteko esango dute.

Behin sailkapena nola egiteko irizpidea dutelarik orduan galdetu ahal zaie ea dakiten nola deitzen diren alde kopuru jakin bateko irudiak. Nola deitzen dira 3 aldeko poligonoak? Eta 4 alde dituztenak? … sailkapena osatzen joan. Nola dakizu triangelua dela? Puntan bukatzen delako, hiru alde dituelako, … eta hori karratua dela?, … azkeneko galdera hauek egiten alderantzizko ariketa ere sustatzen da, irudiaren izena erlazionatzea dituen ezaugarri guztiekin.

Modu honetan, elkarren arteko elkarrizketak eta eztabaidak sortzen joaten dira eta poligonoen sailkapena eta bakoitzaren izenak apuntatzen joan daitezke guztiok batera, arbelean eta gero bakoitzak bere paperean.

- Hirukiak sailkatzen:

Hiru segmentuekin osatu ahal ditugun triangelu guztiak osatu eta aztertuko ditugu. Haurrek alde berdinak dituzten edo ez ikusiko dute, eta haien izenak ikasiko dituzte, eta, beraz, aldekideak, isoszeleak eta eskalenoak bereizten hasiko dira.

Neurri bereko hiru segmentu hartuko dituzte eraiki ahal diren triangelu posibleak frogatzeko.

Segmentuak berdinak badira bat eta bakarra eraiki dezaketela ikusiko dute eta bere angeluak berdinak izan behar dira derrigorrez.

Ondoren bi segmentu berdin eta bat desberdina hartuko dute. Lehenengo segmentuekin ezin dutela triangelua osatu ohartuko dira, bigarrenarekin bai ordea. Hortaz, triangelu bat osatzeko bi aldeen luzeen batura beste aldearena baino luzeagoa izan behar dela konturatuko dira, bestela ez dago aldeak elkarlotzeko modurik.

Gero ondoko taula osatzeko eskatu ahal die irakasleak.

2.Taula. Hirukien sailkapena.

	Zuzena	Zorrotza	Kamutsa
Eskalenoa			
Isoszelea			
Aldekidea			

- Laukiak sailkatzen:

Lau segmentuekin osatu ahal ditugun lauki guztiak osatu eta aztertuko ditugu. Haurrek alde berdinak dituzten edo ez ikusiko dute, baita angeluak ere. Horrela laukien sailkapenak egiten hasiko dira. Segmentuetan koloreak aldatzeko eskatuko diegu segmentuen neurria ezberdina bada.

Haurrek egiten doazen heinean irakasleak honela gidatzen joango da ariketa:

- Zer egin duzu? . Adibidez ikasleak laukizuzen bat eraiki duela esango du eta gainera esan dezake paralelogramo bat ere osatu duela irudi berdinarekin, erronboidea.
- Nola lortu duzu erronboidea?. Adea pixka bat mugitzen.
- Zer pieza erabili dituzu? Bi gorri eta bi urdin, binaka berdinak egiteko.
- Zer desberdintasun dago laukizuzen eta erronboideen artean?. Orduan ikasleak apuntatzen joango dira ikusten dituzten desberdintasunak eta laukizuzenen angelu guztiak berdinak direla esango dute, zuzenak 90º neurtzen dituela eta erronboideen angeluak berdinak direla binaka, bi eta bi, aldeak bezala, baina ez dira guztiak berdinak, desberdinak dira.

Hori eginda, egin ahal dituzten lauki guztiak egiteko eskatuko zaie eta ondorengo taula betetzeko.

3.Taula. Laukien sailkapena.

Mota bateko segmentuak • 4 tira berdin
Bi motako segmentuak: • 3 tira berdin, 1 desberdin • 2 tira berdin, 2 desberdin Hiru motako segmentuak: • 2 tira berdin, 2 desberdin Lau motako segmentuak: • Guztiak desberdinak

Sailkapen hau egina dutelarik poligonoak sailkatzeko beste irizpide bat aurki dezaketen galdetu daiteke, izan ere aurreko jardueran angeluak ikasi dituzte eta ikasleak ohartu daitezke angeluen araberako sailkapena egin daitekeela.

- Sailka ditzakezu modu batean eraiki dituzun irudi desberdinak?

- Beste sailkapen mota bat aurkitu dezakezu? Zeren araberakoa? Zeri erreparatu diozu?

Behin sailkapena eginda dagoelarik, irudiak konposatzen eta deskonposatzeko jarduerekin aritu gaitezke.

Karratu batetik abiaturik erronbo bat eraiki dezakete hau mugituz. Aldeen neurriak mantenduko dituzte eta ikusiko dute angeluen batura 360º izaten jarraituko duela, nahiz eta hauetariko bakoitzaren balioa aldatu den eta diagonalen balioak eta hauen baturak ere aldaketak jasan duten.

Laukizuzen batetik abiatuz erronboide bat irudikatu dezakete eta aldeen neurriak mantenduko direla ikusi, eta baita angeluen batura ere, baina hauetariko bakoitzaren neurria aldatuko dela ikusiko dute (binaka berdinak izanik). Alde baten neurria aldatuz gero, trapezoide bat eraikiko dute ere eta honen ezaugarriak aztertu ditzakete. (bi alde paralelo, …).

- 6.jarduera: Irudi antzekoak

1.partea

Aurreko jardueraren hasierako geoplanoa jarduera honetarako ere baliogarria suerta dakiguke. Izan ere orain irudi berdin baten antzekotasun erlazioa landuko da irudi hau tamainaz aldatzen dugunean. Irudi baten antzekotasun erlazio hori ikusteko lehen pausurako aproposa da ikasleek irudi berdin baten tamainak aldatzen hastea adibidez lehengo geoplanoan.

Aurre ezagutzak

- Irudi lau geometriko ezberdinak eraikitzen jakitea.

Helburuak

- Erregulartasunak. Irudi lau geometriko berdin bati tamainaz aldatzen jakitea: handitzeak eta murrizteak.
- Itzulgarritasun kontzeptua jakitea.

Beraz, behin forma guztiak barneratuak dituztela, ikasi dituzten formen tamaina desberdinak egitea izango da , zeina ondoren proposatuko den jarduerarako balioko zaigu.

Aurretik landutako forma bat eraiki dezan eskatuko zaio haurrari. Behin hori eginda, eskatuko diogu forma hori bera tamainaz aldatzea, alegia forma bera handitzea edo txikitzea. Bere kabuz ikasi beharko dute zer egin behar duten irudia handitzeko eta txikitzeko. Konturatu beharko dira forma egiteko baliatu diren segmentuak alde guztietatik eta neurri berean mugitu beharko dituztela. Gero atzera txikitu beharko dute irudia, hasierako tamainara ekarri arte. Modu honetan, itzulgarritasun kontzeptua bereganatzen hasiko dira. Gainera 3. zikloko haurrekin gaudenez, aldaketa horiek proportzio bati jarraituta egitea eska diezaiekegu.

Irakasleak egiten joango diren galderak:

- Tamaina aldatzean irudia aldatu da?
- Egin ahal duzu txikiagoa? Eta handiagoa? Nola?

2. partea:

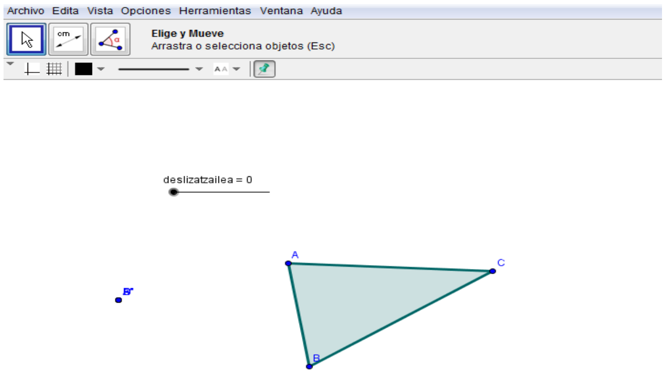
Aurre ezagutzak

- Poligono erregular desberdinen eraikuntzak egiten jakitea.
- Poligonoen sailkapenak ezagutzea.

Helburua

- Irudi bat tamainaz aldatzean, horren antzekotasun erlazioa ezagutzea.
- Irudi lau baten aldeen eta angeluen arteko erlazioak zeintzuk diren jakitea.

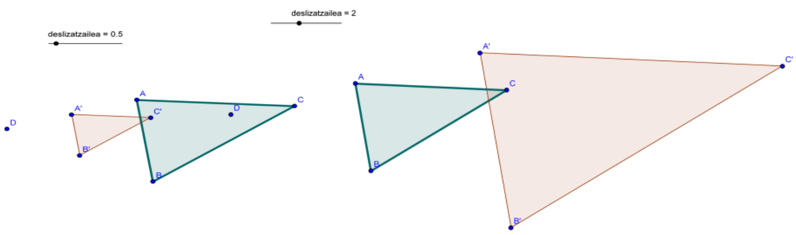
Triangeluen arteko antzekotasun erlazioa lantzeko hurrengo eraikuntza sortuko zaie ikasleei Geogebra progaman (ikusi beheko irudia).



26. Irudia: irakasleak sortutako eraikuntza

Bertan triangelu jakin baten tamaina marraztuko zaie eta honen ondoan deslizatzaile tresna bat jarriko zaie. Horrekin batera angeluak neurtzeko eta luzerak neurtzeko tresna eskura utziko zaizkie.

Eraikuntza aurrean dutelarik, ikasleek horrekin trebatzen hasiko dira eta deslizatzaileari ematean ohartuko dira ezarri zaien triangeluaren inguruan triangelu txikiagoak eta handiagoak sortzen joaten dela.



27. irudia. Deslizatzailea rebiliz sortutako irudiak.

Ariketa:

- Zer gertatzen da? zer ikusi duzue?. Orduan ikasleak ikusiko dute hasierako triangeluarekiko triangelu handiagoak eta txikiagoak agertzen joaten direla, beraz, aurreko jarduerarekin lotuko dute.
- Nolakoak dira triangelu bakoitzaren aldeak?
- Eta angeluak, nolakoak dira?

Galdera hauen bitartez ikasleari pentsaraztea eragiten diegu eta eskura dituzten luzera eta angeluak neurtzeko tresnak erabiltzen hasiko dira. Horretarako behean ikus daitekeen taula modukoak eraikitzen joan daitezke ikasleak.

4.Taula. Aldeen arteko neurriak.

Irudiak	Kateto baten luzera	Beste katetoaren luzera	Hipotenusar-en luzera
Hasierako irudia			
Irudi txikiago bat			
Irudi handiago bat			

- Erlaziorik aurkitzen duzu aldeen arteko neurrietan?

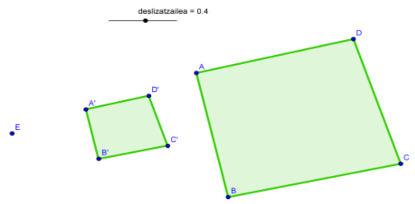
5.Taula. Angeluen arteko neurriak.

Irudiak	1. Angeluaren neurria	2. Angeluaren neurria	3.angeluaren neurria
Hasierako irudia			
Irudi txikiago bat			
Irudi handiago bat			

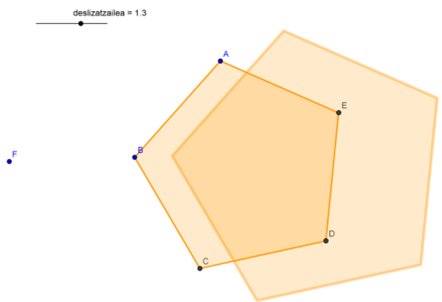
- Erlaziorik aurkitzen duzu angeluen arteko neurrietan?
- Ondorioak atera.

Behin bi taulak osaturik dituztela eta taula bakoitzaren artean erlazio bat aurkitu dutelarik, orduan galdetuko zaie zer den ondorioztatzen dutena gainontzeko gelakideen artean elkarrizketak eta argudiaketak sortzeko asmoarekin eta guztiok batera ondorioak ateratzeko.

- Orain probatu beste irudiekin aurreko prozedimendu bera jarraituz.
- Berdina gertatzen da? ondorioak atera?



28.irudia. Karratua.



29. Irudia. Pentagonoa.

- 7. jarduera: Triangelu eta kuadrilateroen azalerak kalkulatzen.

Jarduera honen bitartez saiatzen da ikaslea modu induktibo baten bitartez poligono desberdinen azaleren kalkulurako arau bat adieraztea. Ez da nahi ikasleak azken demostrazio bat egitea, baizik eta ikasleak ikustea berak proposatutako araua baliozkoa dela. Horretarako beharrezkoa da ikasleek egiten dituzten poligonoak era askotakoak izatea eta aldi berean jarduera anitzak egitea.

Horretarako, ikasleek izango duten materiala Geogebrako leio kuadrikulatu bat izango da eta horrekin batera poligonoak eratzeko tresna eta luzerak eta azalerak neurtzeko tresnak.

30. irudia. Irakasleak utziko dien materiala.

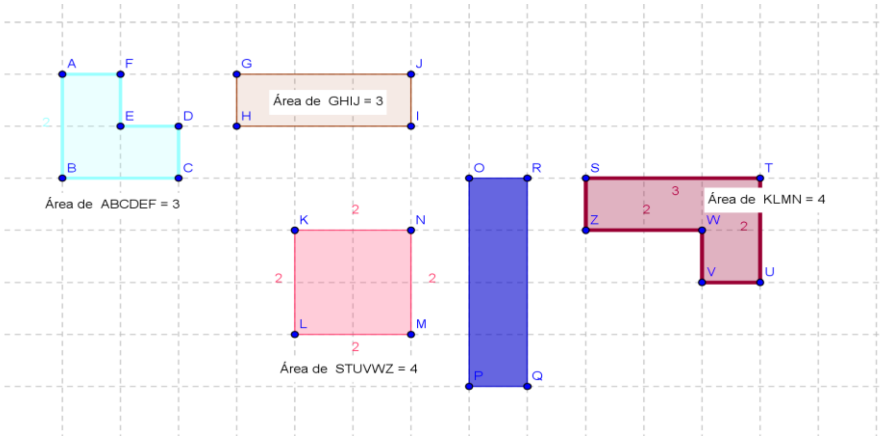
Jarduera mota hauetako ariketak egiteko, kuadrikulatua dagoen gainazal batean lantzeak haurrari erabilgarria suerta dakioke azaleraren kontzeptuak bereganatzen joateko eta horren inguruko arauen aurkikuntzarako. Izan ere, landuko den gainazalaren koadrikula bakoitzari neurri bat ezartzen zaie, 1 cm^2-ko hain zuzen , beraz erraztu diezaiekegu adieraziz koadrikula bakoitzaren azalera 1cm^2-koa dela esanez.

Helburuak:

- Esperientzien bitartez karratuen, laukizuzenen eta triangeluen azaleren espresio matematikora iristea.
- Poligono ezberdinen azaleren arauak adieraztea.
- Kuadrikulen erabileraren bitartez azalerak neurtzea.

Ariketa:

- Azalera berdina dituzten irudi desberdinak eraiki. Lehenengo 4 cm^2 -ko azalera dutenak, gero 9 cm^2 eta 16 cm^2.
- Mota bakoitzeko zenbat karratu marraz ditzakezu ?
- Irudi bakoitzaren perimetroak kalkulatzen joan.
- Aurkitu 3 koadranteekin sortu ditzakezun irudi gehienak. Probatu orain 4 koadranteekin eta gero 5,6 edo nahi dituzunekin.



31.irudia. Ikasleek egiten joango diren irudien adibideak.

Ikasleak beren saiakuntzak egiten doazen bitartean taula batean apuntatzen joango dira.

6.Taula. Irudien luzerak eta azalerak.

Irudiak	Aldeen luzerak	Karratuaren azallerak
1		
2		
3		
4		
…		

- Ze erlazio existitzen da karratuaren azaleran eta bere aldeen arteko luzeren artean? Arauren bat aurkitu dezakezu?
- Orain eraiki irudi gehiago non 5, 6, 7 ,8 ,9, alde dituzten eta konprobatu aurretik idatzi duzun araua balio duten eraiki berri dituzun karratu berrientzat.

▪ 8. Jarduera: Pitagorasen teorema

Jarduera honetan Pitagorasen teorema izendatzeko eta segmentuak neurtzeko zein poligonoen azalerak kalkulatzeko erabili daiteke.

Helburua ez da Pitagorasen teorema frogatzea, baizik eta teoremaren hurbilketa bat egitea ikusiz ze erlazio dagoen antzekoak diren irudien azaleretan hauek triangelu zuzen baten aldeen gainean jartzen badira.

Beraz jarduera hau garatzeko, ezinbestekoa da haurra aurretik landutako bi jardueren bitartez bereganatu dituen ezagutzak kontrolatzea: irudien antzekotasuna eta beraien azaleren kalkulua.

Jarduera aurrera eramateko irakaslearekin batera egingo.

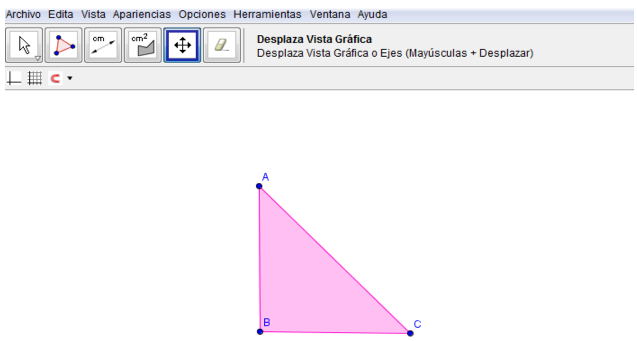
Aurre ezagutzak

- Irudien arteko antzekotasuna kontzeptua bereganatua izatea.
- Poligono ezberdinen perimetroa eta azalera kalkulatzen jakitea.

Helburuak

- Pitagorasen teoremaren hurbilketa bat egitea.
- Triangeluen aldeen antzekotasuna aplikatzea.

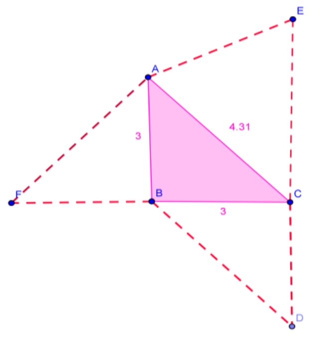
Jarduera aurrera eramateko irakasleak emango dien material: Geogebran triangelU zuzen bat marraztuta utziko die eta tresna bezala poligonoak eratzeko tresna, luzerak kalkulatzekoa eta azalerak kalkulatzeko tresna, beheko irudian ikusten den bezala.



32. irudia. Hasierako triangeluaren eraikuntza.

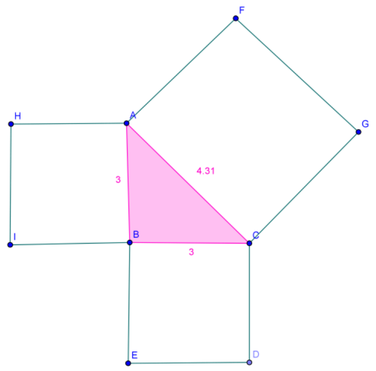
Pitagorasen teoremara hurbiltzeko ikasleak triangeluaren alde bakoitzean irudi erregularrak diren forma ezberdinekin probak egiten joango dira, denak triangelu horrekiko antzekotasuna betetzen dutelarik. Modu honetan, lehenengo triangelu antzekokoekin probatuko dute, gero karratuekin, eta beste poligono erregularrekin. Hori egin ahala taula batean datuak hartzen joango dira, azkenik ondorioak eta arau propioak idatzi ahal izateko.

1.pausua: triangeluaren aldeen gainean hiru triangelu zuzen antzekoak eraikitzen dira.



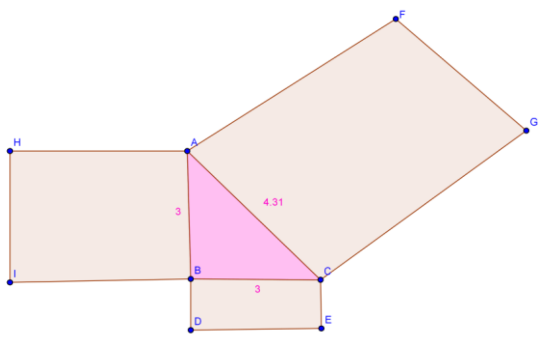
35. Irudia. Triangelua triangelu antzekoekin.

2.pausua: Triangelu aldeen ondoan karratu antzekoak eraikitzen dira



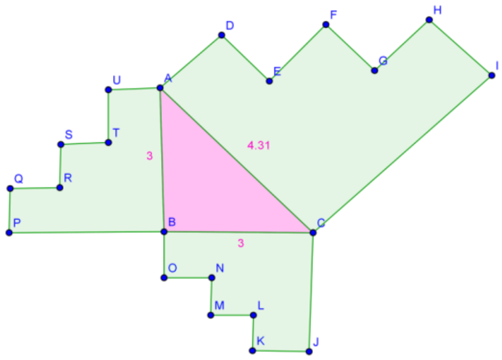
34. irudia. Triangelua karratu antzekoekin.

3.pausua: Triangeluaren aldeen ondoan laukizuzen antzekoak eratzen dira.



36. irudia. Triangelua laukizuzen antzekoekin.

4.Pausua: Triangeluaren aldeen ondoan adibidez hiru oktogono antzeko marrazten dira.



37.irudia. Triangelua oktogono antzekoekin.

Irudi bakoitza egiten joan ahala, ikasleek ondorengo taula betetzen joango dira:

7.taula. Irudien azaleren neurriak.

	Kateto baten gaineko irudiaren azalera	Beste katetoaren gaineko irudiaren azalera	Hipotenusaren gaineko irudiaren azalera	Azaleren erlazioa
Irudia 1				
Irudia 2				
Irudia 3				
Irudia4				

- Zer erlazio aurkitu duzu? Jakingo zenuke arau bat ezartzen?

2.2.3 *Simetriak lantzen*

Oraingo honetan ikasleekin simetriak landuko dira. Horretarako hainbat jarduera ezberdin planteatu dira. Aurreko zikloetan landu dituzten ezagutzak jasotzen baditugu ikus dezakegu aldaketa metrikoen lanketa egin zela.: traslazioak eta simetriak. Beraz, simetria kontzeptua zer den badakite eta oraingo jardueren bitartez edozein irudi batekiko simetria horiek eraikitzen erakutsiko zaie programa informatiko baten bitartez. Gainera errealitatean aurkitu ditzakegun irudi ezberdinei simetria ardatza non dagoen identifikatzen erakutsiko zaie Horretarako aldez aurretik irakasleak hainbat eraikuntza sortuko ditu Geogebran eta nahi dituen tresnak eskura utziko ditu.

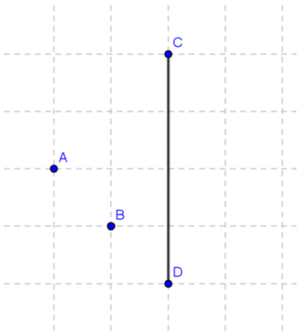
- 9. Jarduera: Simetriak irudi, puntu, segmentu bati aplikatzen.

Helburuak

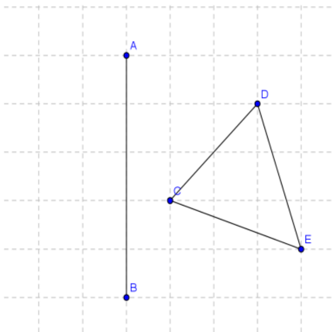
- Irudi, puntuen, segmentuen, poligonoen simetriak identifikatzen eta irudikatzen jakitea.

Hasiera batean, haurrek irudi, forma, … desberdinen simetriak eratzea eta jakitea eta irudia non geratuko den izango da helburua.

Lehenengo irakasleak irudian ikusi dezakegun eraikuntza sortuko du eta haurrek imaginatu behar dute ispilu bat daukatela eta beraz hori erabili izanez gero nola geratuko ziren markatutako puntuak (ze posizioan). Hasiera honetan ez zaie simetria aplikatzeko ardatzaren tresna eskuragarri utziko.



38.Irudia. Hasierako eraikuntza.



39. Irudia. Triangelua.

- Non ikusiko dituzu isladatuak agertzen diren puntuak? (A puntua eta B puntua). Trebatu puntu desberdin gehiago jarriz eta asmatuz non geratuko diren.
- Ondoko irudian berriz, non geratuko dira puntuak? Lotu puntu bakoitza. (Modu honetan ezagutzen joango dira bi triangelu horiek ardatz horrekiko simetrikoak direla).

- Irudi desberdin gehiago sortzen joango dira haurrak, eta bere simetrikoak izango direnak ere marrazten joango dira. Hori egin bitartean beheko taula bezalakoa betetzen joango dira.

8.Taula. Irudi simetriko bikoteak.

Poligono bikoteak	Aldeen arteko erlazioak	Azaleren arteko erlazioak
1º		
2º		
3º		
…		

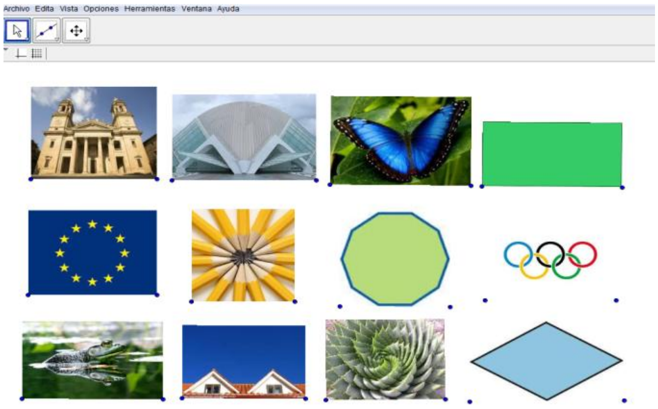
- 10. Jarduera. Simetriak eguneroko bizitzan.

Helburuak

- Irudi lauetan simetria ardatzak identifikatzea.
- Eguneroko esperientzietan aurkitu ditzakegun irudietan simetriak aplikatu direla ikustea eta horiek identifikatzen jakitea.

Jarduera honetan, Ikasleei beren ingurunean topa ditzaketen irudi batzuk aurkeztuko zaizkie eta osatzen dituzten transformazio geometrikoak bilatu beharko dituzte. Beraz, jarduera honetan bereziki traslazioa eta simetria bilatzeko gai izan beharko dute eta irudiak dituen ardatz simetriko guztiak identifikatzen. Simetriak orain lantzen ari dugun kontzeptua delako eta traslazioak aurretik dituzten ezagutzak errepasatzeko.

Modu honetan, irakasleak Geogebran sortuko du behean ikus dezakegun eraikuntza. Bertan eguneroko irudiak agertzen dira eta simetria ardatza bilatzea eta marraztea izango da ikasleen betebeharra.



40.irudia. Sortutako eraikuntza.

- irudi guztietan transformaziorik aplika daiteke? bilatu zure ingurunean gehiago.
- Zenbat ardatz simetriko ditu irudi bakoitzak?

▪ 11. Jarduera: simetriak ardatz desberdinekiko

Aurre ezagutzak

- Eraldaketa metrikoak: translazioak eta simetriak ezagutzea.

Helburuak

- Irudi lau bat emandako elementu bati dagokionez beste batekiko simetrikoa egitea.
- Ardatz simetriko desberdinen erabileran erlazioak ezartzea eraldaketa metrikoen artean.

Jarduera honetan ikasleei ez zaie aldez aurreko eraikuntzarik sortuko, bakarrik Geogebrako leioa irekita izango dute eta poligono ezberdinak sortzeko tresna eta horrekiko simetria ardatz bat eraikitzeko tresnak izango dituzte. Modu honetan, erraz erlazionatuko dute egin beharrekoa, beraiek sorturiko irudi baten simetria egitean datzala. Hori jakinda beraz, ikasleei edozein poligono mota eraiki dezaten utziko zaie eta horrekiko edozein simetria ardatz bat eraikiko dute eta ardatzarekiko simetria aplikatuko dute ikusiz nolako irudia agertuko den. Prozesu hori nahi beste irudi desberdinekin probatzeko aukera izango dute eta ondoren irudi bat simetria ardatz batekiko duen irudia marraztu dutelarik, eskatuko zaie irudi berriarekin beste simetria bat egiteko baina ardatza, aurreko ardatzarekiko paraleloa izanik.

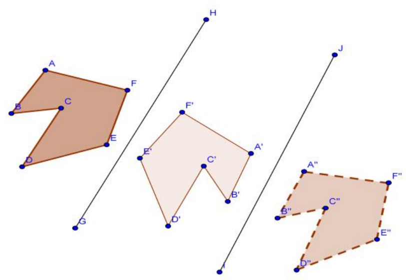
- Zer gertatzen da?

Orain ardatz desberdina erabiliz (paraleloa ez dena) egizu beste simetria bat.

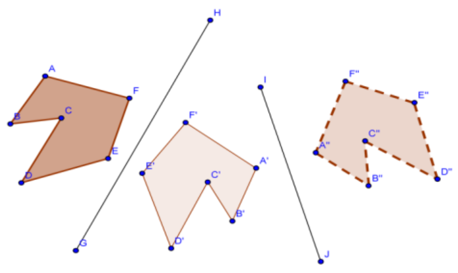
- Zer gertatzen da? irudia berdina izaten jarraitzen du?
- Ondoriorik atera ahal duzu?

Modu honetan probatzen ikasleak ohartuko dira irudi bati simetria bat aplikatuz gero, agertzen den irudiari beste simetria bat aplikatuz gero, aurreko ardatzarekiko paraleloa dena, agertu berri den irudia lehenengoarekiko traslazio bat dela. Ondorio honetara iritsiko direla badakigu, izan ere aurreko zikloan traslazioaren kontzeptua ikasia dute.

Aldiz paraleloa ez den simetria berri bat erabiltzen badute irudia beste posizio batean agertuko dela ikusiko dute, baina ez da izanen lehenengoarekiko traslazio bat. Normalean bigarren ardatz hau aplikatzen badugu biraketa bat gertatzen da eta irakasleak jakin badaki baina irakasleak ezin du eskatu hori haurrek aldez aurretik jakitea ze oraindik eman ez duten kontzeptua da. Beraz, irakaslea konformatu daiteke jakinda ikasleek esaten dutela ez dela aurreko saiakeran bezala gertatzen eta irudia beste posizio batean geratzen dela.



41. Irudia. Simetria ardatz paraleloan.



42. irudia. Simetria ardatz paraleloa ez den beste ardatzarekiko.

ONDORIOAK

Nahiz eta teorian aztertutako metodologIa induktiboa Lehen Hezkuntzako ikasgela batean praktikan jartzeko aukera izan ez dudan, jaso dudan iturri anitzetako informazioagaitik baieztatu dezaket Lehen Hezkuntzako haurren ikaskuntzarako metodo eraginkorra eta ona izango litzatekela eta batez ere matematiketako geometrIa atala lantzeko. Izan ere, geometría bezalako ikasgaiak ezagutza abstraktu asko biltzen ditu eta jarduera dinamikoagoak proposatzen baditugu (hori sustatuko duen metodologiaren eta material didaktikoen aukeraketa eginez), aurresuposa daiteke ikasleen partaidetza eta lanketa intensoa izango dela klase konbentzionaletan gertatzen ez den bezala. Gainera kasu askotan ikasleek matematikarekiko duten jarrera txarra aldatzea lortu ahalko zen.

Lanean proposatu diren jarduera guztiak modu oso bisual batean diseinatuak izan dira, ondorioz haurren inplikazioa nabarmen handituko zela adierazgarria izango litzateke egin beharko duten lanari dagokionez. Izan ere, errazagoa izango zitzaien matematikekiko interesa piztea konprobatzerakoan beren kabuz lortu ahal zituzketela jarduera bakoitzean planteatzen diren arazoen ebazketak edo planteamendu berriak beraiek deskubritzea. Gainera baliabide informatikoa izanik, haur gehienak jada trebeak dira ordenagailuak manejatzen eta ez direnenentzat ordea, aurrekoak lagun diezaiekete haiei. Beraz, beraien arteko partaidetza eta kooperazioa sustatzen da.

Zentzu honetan, ikasleek hezkuntza beste modu batean ikusi ahalko zuten, hau da, hezkuntzaren xedea ez dela soilik aldez aurretik ikasitako kontzeptueen memorizazioa eta horren ebaluazioa, baizik eta ikusi ahalko zuten balore gehiago edukiko zutela jarduera bakoitzean zehar izandako jarrera, partaidetza, kooperazioa,… eta horrekin batera talde moduan aurkitzen diren erantzunak balio gehiago adieraziko zutela.

Honekin batera material didaktikoak haurren matematiken konpetentzien garapenean jokatzen duten paper garrantzitsua nabarmendu nahi da, izan ere hauen erabilera lagun dezake hainbat alderdiak sustatuz: planteatuko ziren hainbat galderen erantzunak bilatuz, bide edo estrategia berriak eraikiz erantzunetara iristeko edo erantzunak aurreratzen zeinak galdera berriei bidea emango zieten.

Modu berean, erakutsi nahi da IKT-en erabilera ikasgela batean erraza suertatzen dela eta Geogebra bezalako softwareen erabilerarekin eduki matematikoen azalpen dinamikoa berez edukiko dugula ze ikasleentzako ingurune intuitivo bat eratzen laguntzen du ikasleak erraztasunez murgilduko direnak.

Informazio eta komunikazio teknologien integrazioa noraino heltzearen eztabaidak badira oraindik, hau da, ze “tope” arte egokiak diren integratzea. Baina gero eta eztabaida gutxiago daude horien erabilpena ikasgeletan beharrezkoak izan behar direla. Izan ere IKT-ak eskaintzen dizkiguten abantailak aberasgarriak badira ikaskuntza prozesu osoan zehar modu egokian joaten diren ikasleentzat, are aberasgarriagoak dira lortuko dituzten abantailak gehiago kostatzen zaien ikasle horientzat edo hezkuntza errefusatzen duten ikasleentzat.

Nahiz eta Gradu bukaerako lan honetan proposamen konkretu bat egin matematikaren didaktikaren inguruan (geometrIa laua) eta software mota bakar baten erabilerarekin, badira hainbat eta hainbat baliabide informatiko eta aportazio desberdinak interneten aurkitu ditzakegunak matematikaren arlo guztien lanketarako eta bata bestearekin osagarriak izan daitezkeenak.

Bukatzeko eta eztabaidagai guztiak kontutan hartuz aipatzekoa da gaur egun hezkuntzan planteatzen diren metodologien errebisio sakona egin beharko litzatekeela proposatuz irakasteko metodologia berriak zeintzuk pertsonaren aspektu desberdin batzuk garatzera bultzatzen duten eta ez soilik ikasgaien kontzeptuetara zuzenduak direnak.

CONCLUSIONES

Aunque no he tenido ocasión de poner en práctica en un aula de educación primaria el método inductivo antes explicado en el marco teórico, por la información que he obtenido mediante la lectura de varias fuentes, puedo asegurar que podría ser un buen método para el aprendizaje de los niños de educación primaria, especialmente en el área de la geometría, ya que siendo una materia llena de abstracciones y habiendo elaborado una propuesta de actividades más dinámica (ya sea por la metodología escogida o por el material didáctico utilizado) se presupone que los alumnos trabajarán y participarán con mayor intensidad de lo que lo hacen en las clases convencionales en el aula, y de hecho, en no pocos casos se cree que empezarían a cambiar su mala actitud hacia las matemáticas en general.

Lo cierto es que las actividades propuestas están planteadas de una manera muy visual, lo que facilitaría enormemente la implicación de los alumnos respecto a lo que el trabajo requeriría, constatando que los alumnos volverían a recobrar el interés por la asignatura al comprobar que serán capaces de realizar los ejercicios por ellos mismos y entendiendo lo hecho. Incluso siendo también capaces de utilizar sus habilidades informáticas para resolver problemas de sus compañeros. En este sentido los alumnos podrían comprobar que la escuela podría tener otro fin distinto que el de evaluar unos conceptos previamente memorizados, ya que se valoraría mas las acciones cooperativas llevadas a cabo en cada actividad y los resultados que fueran obteniendo la clase en su conjunto.

Además, se quiere recalcar que haciendo uso de materiales didácticos manipulativos para el desarrollo de la competencia matemática en los niños, estos contribuirían permitiendo analizar las situaciones que se presentan desde distintos puntos de vista: buscando soluciones a los interrogantes que se plantearían, eligiendo caminos o estrategias para llegar a la solución y anticipando soluciones que llevarían a nuevas preguntas.

De igual manera, se quiere mostrar que utilizar las TIC en el aula es relativamente sencillo, y como resultado del uso de Geogebra como material didáctico es muy sencillo desarrollar aplicaciones que nos ayuden a realizar una explicación dinámica y muy importante, presenta un entorno muy intuitivo para los alumnos, que lo manejaran con facilidad.

Todavía hay mucho que discutir sobre hasta dónde llegar con la integración de las TIC en el ámbito de la educación, pero cada vez menos sobre que habría que hacerlo, porque si los beneficios que las TIC tienen para aquellos alumnos que progresan adecuadamente dan razones para su integración en las aulas, mucho más lo justifican los beneficios que podemos llegar a lograr en alumnos a los que les cuesta más o a los que tienen mayor rechazo a la institución escolar.

A pesar de haber creado una propuesta concreta de las matemáticas, como es la geometría plana y con un recurso educativo de las TIC en concreto, existen otras muchas herramientas que podemos utilizar y una gran variedad de recursos y aportaciones en internet que podemos consultar.

Para finaliza y atendiendo a todas las cuestiones citadas, mencionar que la metodología educativa debería ser revisada con ayuda de las TIC, sugiriendo así nuevas metodologías de enseñanza y sobre todo, centrado en formar otros aspectos de la persona que antes no permitía.

ERREFERENTZIAK

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1987). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid. Síntesis.

Arrieta, M. (2001). *Matematikaren Didaktika Lehen Hezkuntzan. II Geometria eta Neurria*. Zarautz. Euskal Herriko Unibertsitateko Argitalpen Zerbitzua.

Canals, MA. (1997). *La Geometria de las primeras edades escolares*. Revista suma, 25, 31-44.

Castro, E. (2001). *Didáctica de las Matemáticas en la Educación Primaria*. Madrid. Síntesis.

Chamorro, M.C. (coord.) (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid. Pearson Educación.

Guillén, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la geometria de los solidos*. Universidad de Valencia.

Haramburu, M. (2006). *Piageten Epistemologia Genetikoa.* EHUko Psikologia Fakultatea eta ILCLI.

Hohenwarter, M. (2011). El GeoGebra: la comunitat i el futur. *Conica.Butlletí d l´associació Catalana de Geogebra*, 2-4, 2(2).

Lasa, A eta Wilhelmi, M.R. (2013). Use of GeoGebra in explorative, illustrative and demonstrative Moments. *Instituto Sao Paulo Geogebra, 54-56, 1 (2).*

Losada, R. (2010). El proyecto Gauss en la escuela 2.0. *Conica.Butlletí d l´associació Catalana de Geogebra, 14, 1 (1).*

Nafarroako Gobernua, Hezkuntza Departamentua (2007). *Curriculuma. Lehen Hezkuntza (I. liburukia)*. Iruña.

Piaget, J. eta Inhelder B. *(1956). The child's conception of space.* London: Routledge &K. Paul.